

高周波空洞技術

加速器学会 技術研修会

8月10日～11日

肥後寿泰 (KEK)

高周波空洞技術 1

基礎概念と設計

SUOLT1 技術研修会1

8月10日 大ホール 15:00 - 16:00

肥後寿泰(KEK)

高周波空洞技術 1 内容

1. DCとRF
2. 空洞の目的・分類
3. 高周波生成と閉込め
4. 加速器と空洞の形状・歴史的動物園
5. 空洞関連技術
6. 周波数
7. 単一空洞
8. 多連結空洞
9. ビーム空洞相互作用
10. 空洞関連の計算

高周波空洞技術 1: 基礎概念と設計

- 電氣的に大別すると、定在波型、進行波型があり、
- 材料・使用温度で大別すると常伝導、超伝導の区別が考えられる。
- 空洞サイズは周波数により決まり、UHF帯など1m級のものからXバンド帯の1cm級のものまでが良く使われている。
- これらはその応用に関連して各種の電氣的、機械的な特徴を持たせる必要がある。
- 今回は筆者のこれまで直接携わってきた対象である、高エネルギー電子加速器に関連した加速空洞の技術を通して、できるだけ基本的考え方や基盤となる一般的技術を述べる。
- 第一部では、空洞の使用目的、そのための基本設計の考え方、それを実現するために備えるべき基本的特徴、等を述べる。その上で、それらの設計を進めるために必要な基礎概念とその実用的な適用を示す。
- 主に電子蓄積リングで用いるCW空洞、及び電子直線加速器で用いる高電界加速管の二つに焦点をあてて述べ、そこから一般的な加速空洞技術を俯瞰できるように解説したい。

高周波空洞 何故？

DC ・ RF

DC

- 一回のみ加速
- 低エネルギー
 - 大型
- 時間一定場
 - Non
 - Non
 - Non

RF

- 繰り返し加速可能
- 高エネルギー
- 小型化
- 時間依存場
- 周波数
- 位相
- バンチング

～10MeV 加速器

DC タンデムバンデグラーフ

RF医療用線形加速器



日本加速器学会誌 Vol 5, No 3, 2008
年表紙より転載
名古屋大学



市販: Accuray社 HPより転写
Xバンドライナック+X線照射

基礎 目的

- 加速
 - 高エネルギーへ
 - エネルギー分散増減
- キャプチャー
 - 縦方向の安定性 リング
- 減速
 - ビームスイッチング、ダンプ放射線緩和
- 横キック
 - バンチ内
 - バンチスライス計測、Crab crossing
 - バンチ間
 - スwitching、FEL

高周波空洞 分類

- キック方向： 加速減速
- セル数： 単セル、多セル
- 高周波の流れ： SW TW
- 周波数： 可変 固定
- 材料： 常伝導 超伝導

基礎概念 エネルギーの授受

- 実態
 - 空洞により空洞を形成
 - 電磁場の閉じ込め
- 空洞内電磁エネルギー
 - 外部生成: 電磁場導入・蓄積
 - 内部発生: ビーム由来ウェーク場・残留
- 荷電粒子との授受

$$K = \int q E dz$$

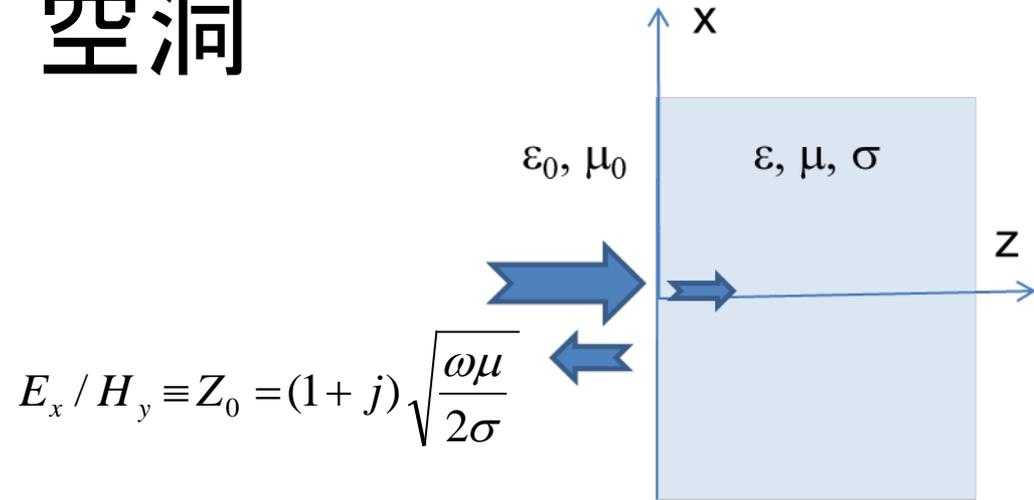
閉じ込めの方法

- 中空の金属空洞内
 - 常温
 - 超伝導
- 金属棒群 周期構造
 - PBG (Photonic band gap)
- Choke構造

電磁エネルギーの閉じ込め

空洞 ・ 空洞

- 電磁界と導体表面
 - 電界・表面に垂直
 - 磁界・表面電流
- 侵入深さ
 - 表皮効果
 - 表皮深さ



$$E_x / H_y \equiv Z_0 = (1 + j) \sqrt{\frac{\omega \mu}{2\sigma}}$$

$$\Delta E_t - \gamma_0^2 E_t = \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - j\omega\mu\sigma \right) E_t = 0$$

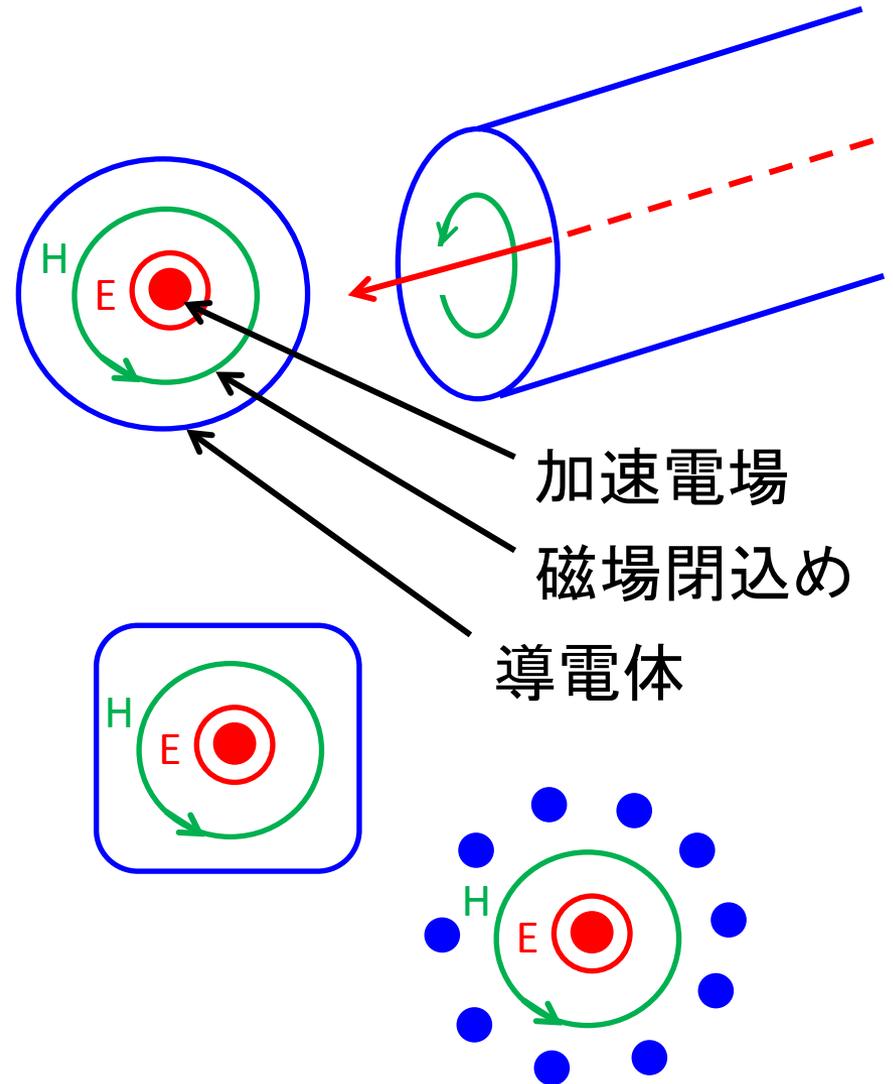
$$E_t = E_s e^{-\gamma z}$$

$$\gamma = (j\omega\mu\sigma)^{1/2} = \frac{1+j}{\delta_s}$$

$$\delta_s = \sqrt{\frac{2}{\sigma\omega\mu}}$$

空洞 …… 実態

- **電気伝導体**で囲い、内部の電流パターン形成
- 穴あり
 - ビーム出入
 - 電磁波の出入
 - モニター、HOM減衰
- 結合
 - ビームポート: カットオフ $F_c > F_0$
 - 同軸: カットオフ $F_c = 0$
 - ポート: 伝搬モード: 対称性



高周波エネルギーの生成

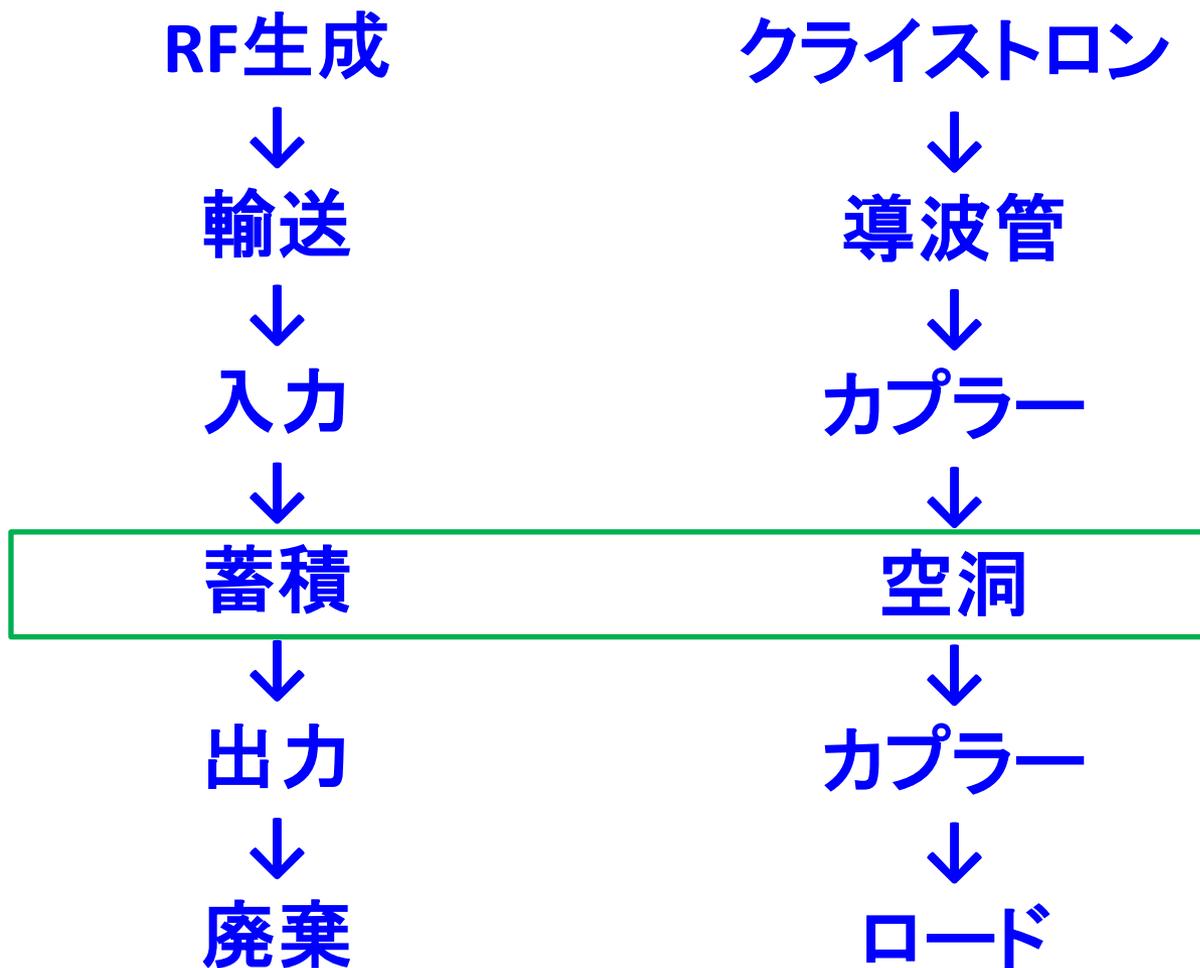
外部電源

- 外部電源
 - 真空管
 - マグネトロン
 - クライストロン
 - 半導体

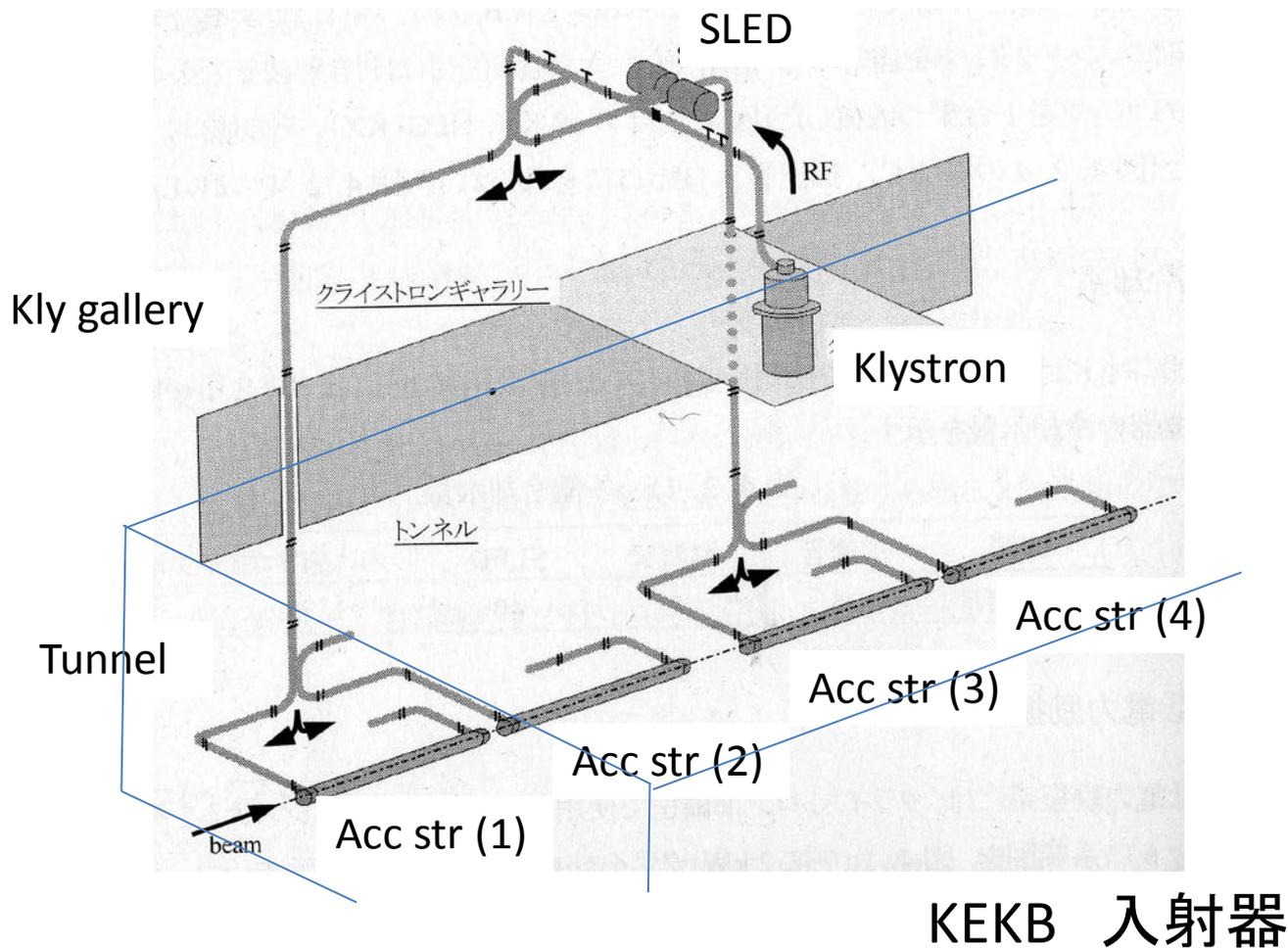
ビーム励起

- 2ビーム方式 CLIC
- DLS Dielectric

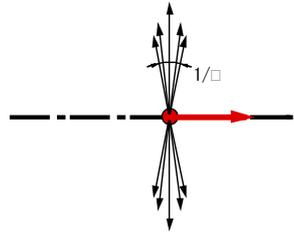
外部電源



外部電源 高周波生成→輸送→加速管

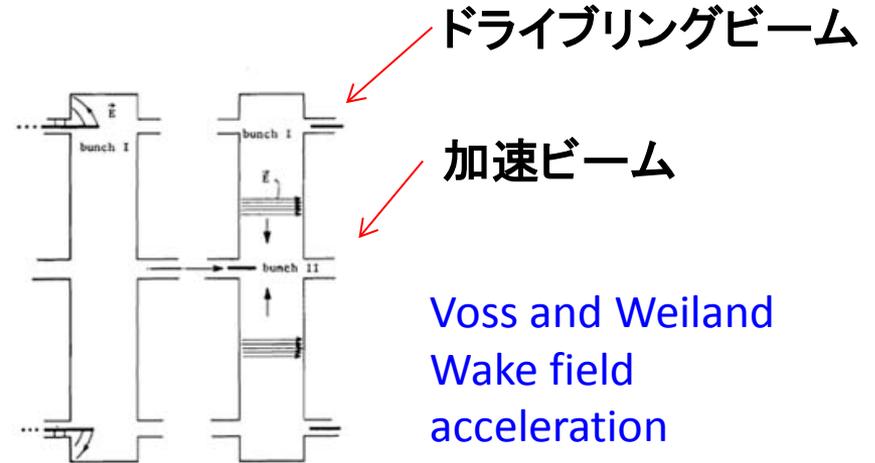
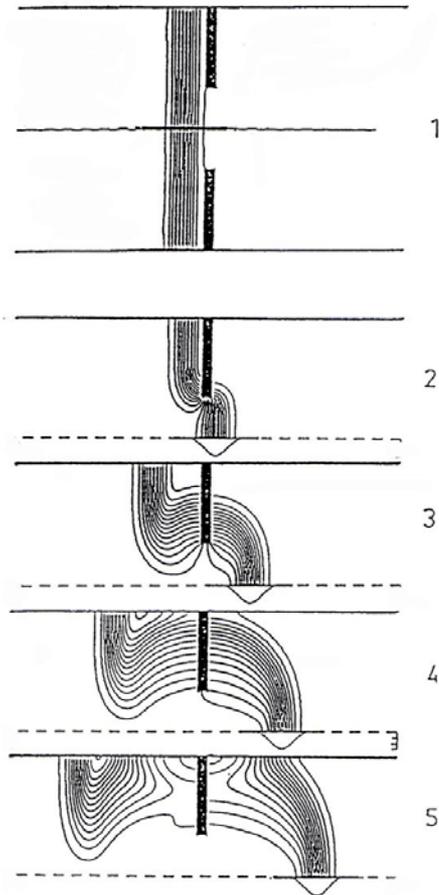


ビーム励起ウェーク場

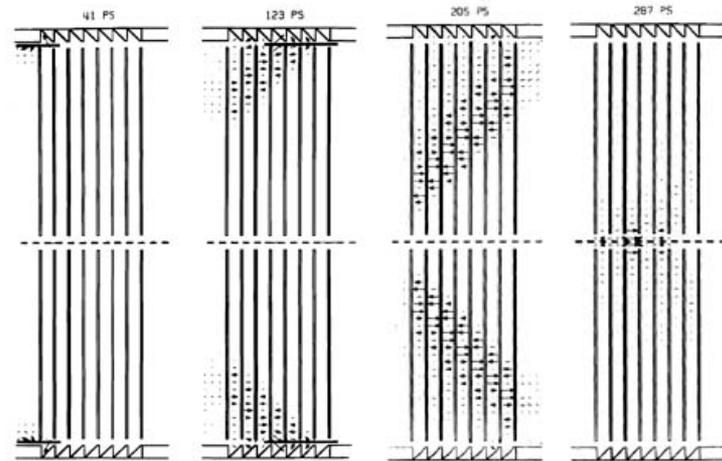


Lorentz contracted field
In free space

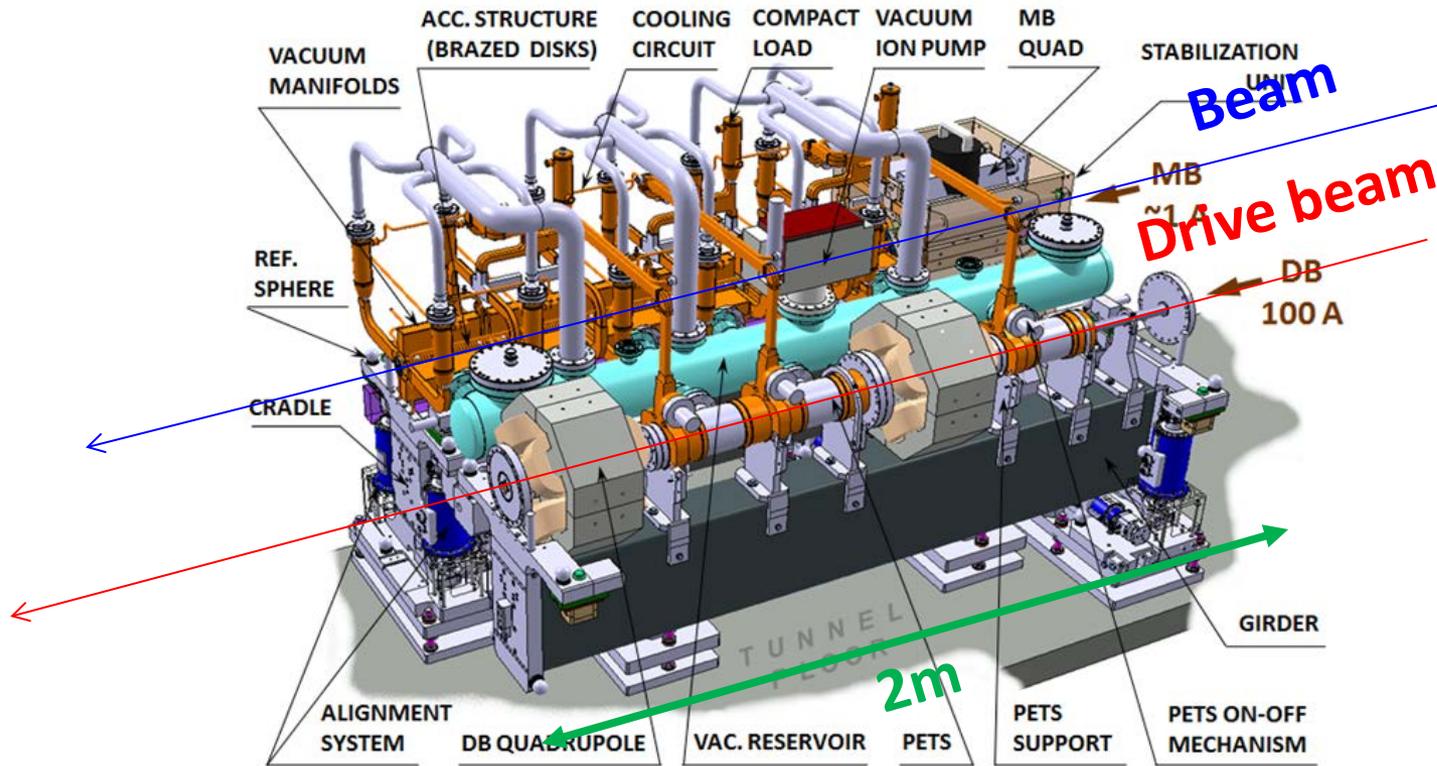
バンチビーム
↓
ウェーク場



Voss and Weiland
Wake field
acceleration



ビーム励起 高周波生成→輸送→加速



CLIC 2m module

実加速器 高周波空洞例

SLAC 2マイル SW

DLS (ディスクロード型) 線形加速器

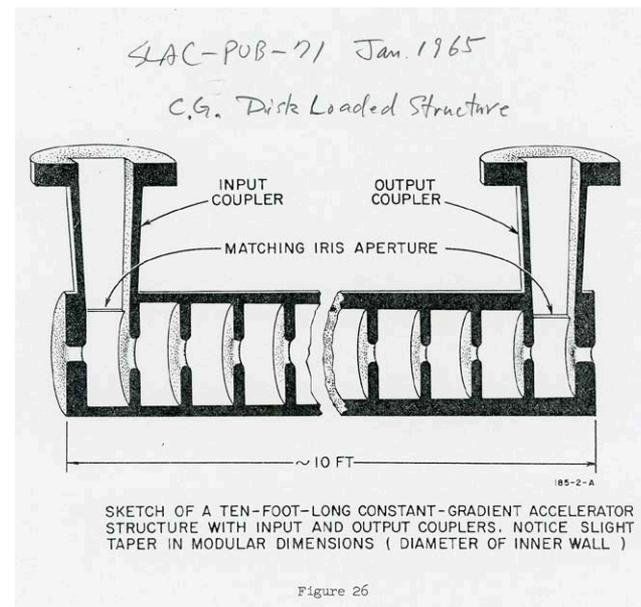
TW DLS for electron high energy machine for years



Disk Loaded Structure, 6MeV
Stanford Univ. 1947



SLAC:
Targeting highest
energy with electron
1967完成



Synchrotron 10m ~ 1km

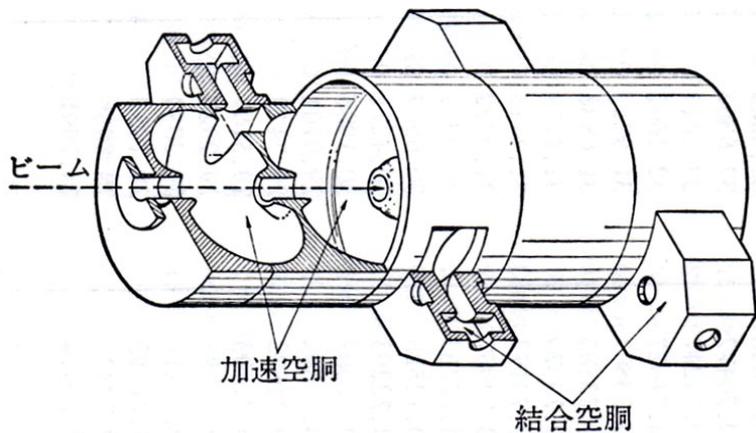
Started with early electron synchrotron



1961年 東大 1.3GeV 電子シンクロトロン
日本加速器学会誌 Vol 1, No 2, 2004年表紙より転載

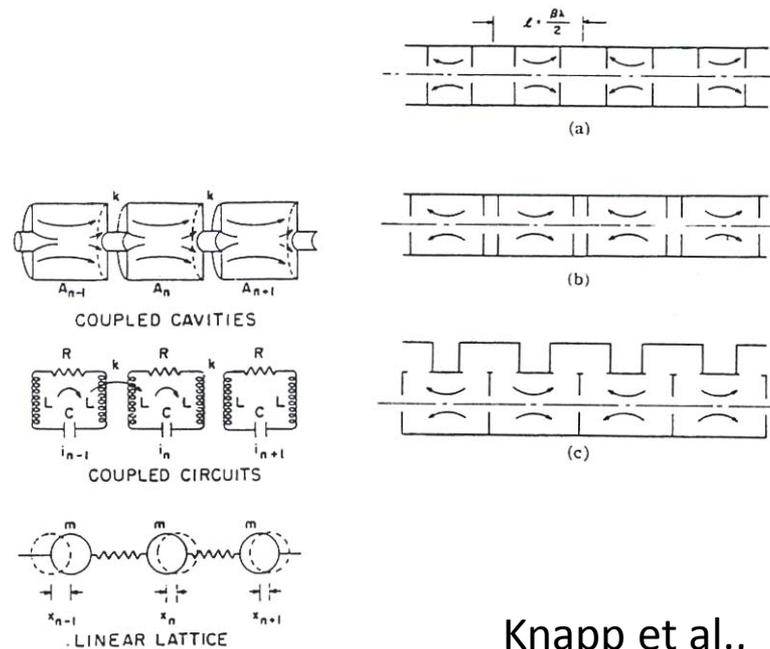
LASL 800m 陽子線形加速器 SW SCS(サイドカップル)型

SW Side-coupled cavity for proton
high energy machine



LANL SCS:
Side coupled structure

LAMPF 1972

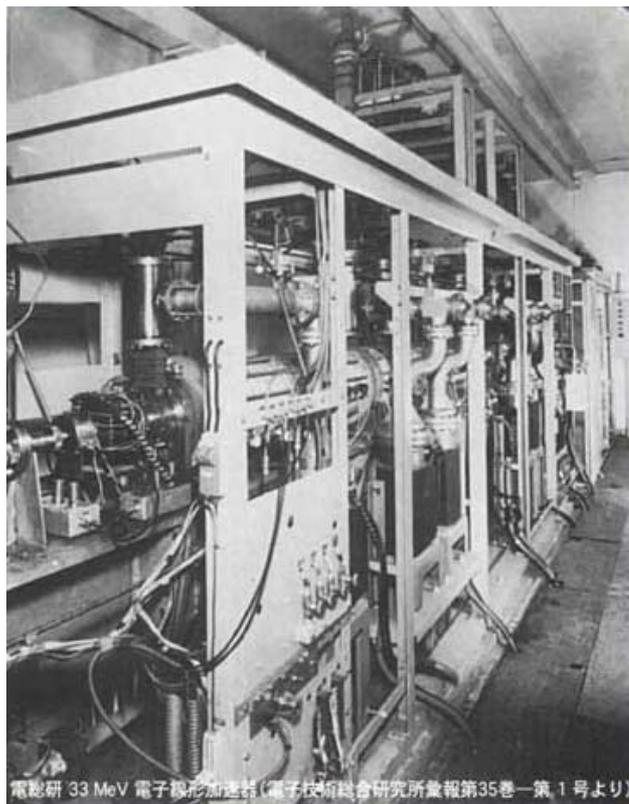


Knapp et al.,
RSI 39, (1968)

$$I_n = X_n \left(1 + \frac{\omega_0}{j\omega Q} - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \right) + \frac{k}{2} (X_{n-1} + X_{n+1})$$

Electron linac TW

10m in 1964 → 1995 8GeV/600m



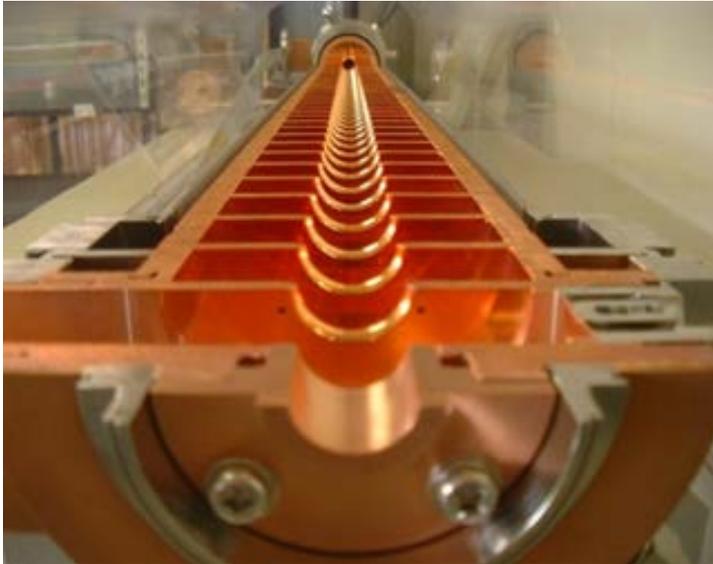
電験研 33 MeV 電子線形加速器 (電子技術総合研究所量報第35巻一第1号より)

1964年 電気試験所 33MeV 電子線形加速器
日本加速器学会誌 Vol 1, No 2, 2004年表紙より転載

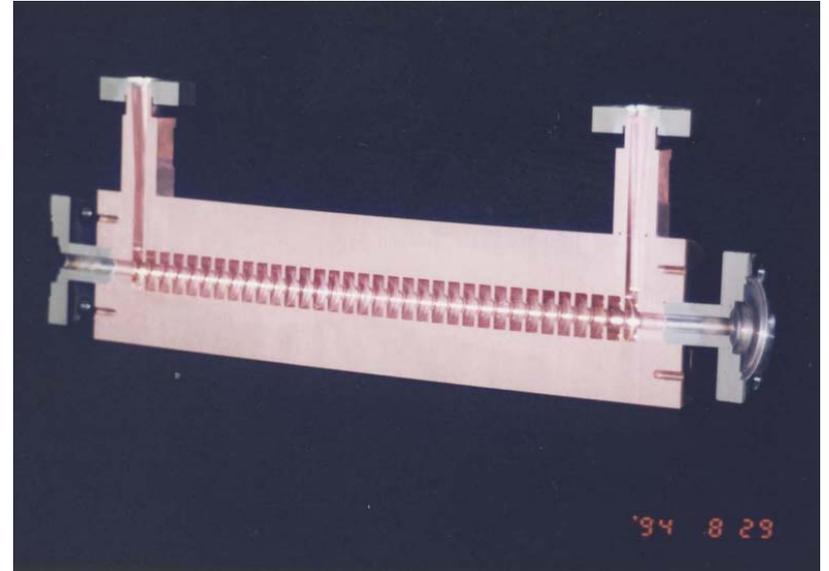


KEKB Injector 1981年 2.5GeV

2-mile accelerator → KEK-PF TW 進行波型加速管

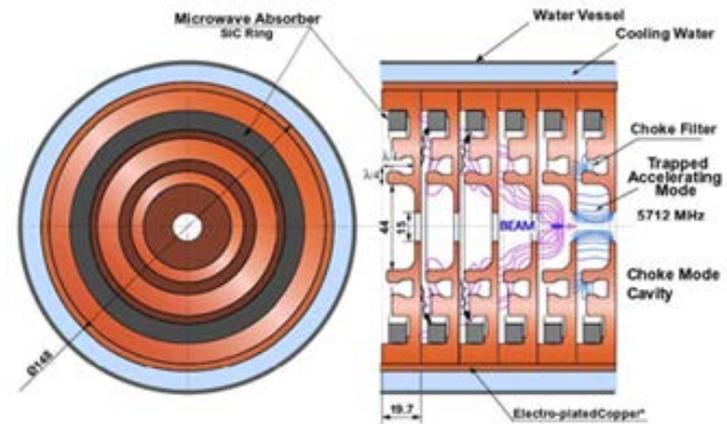
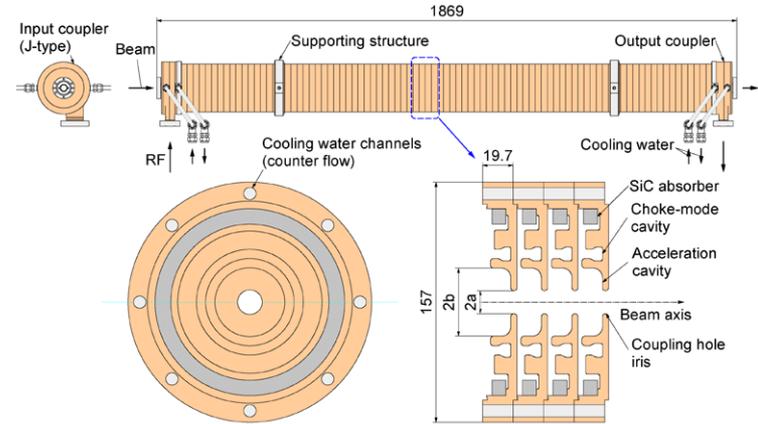
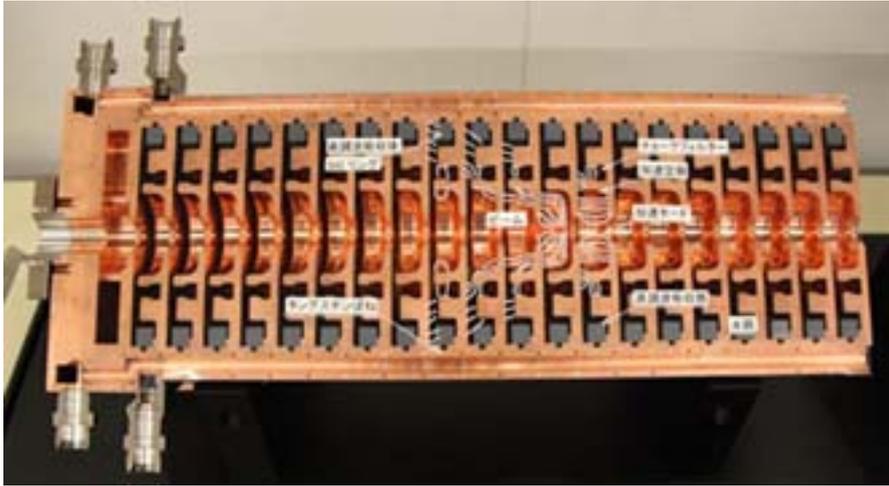


KEKB 電子入射器
2m 加速管



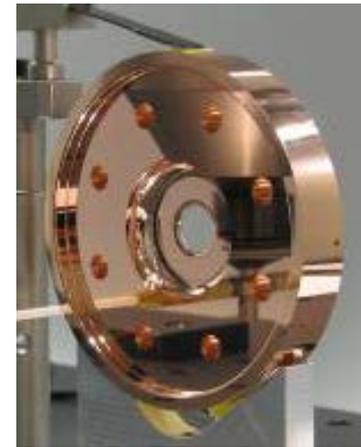
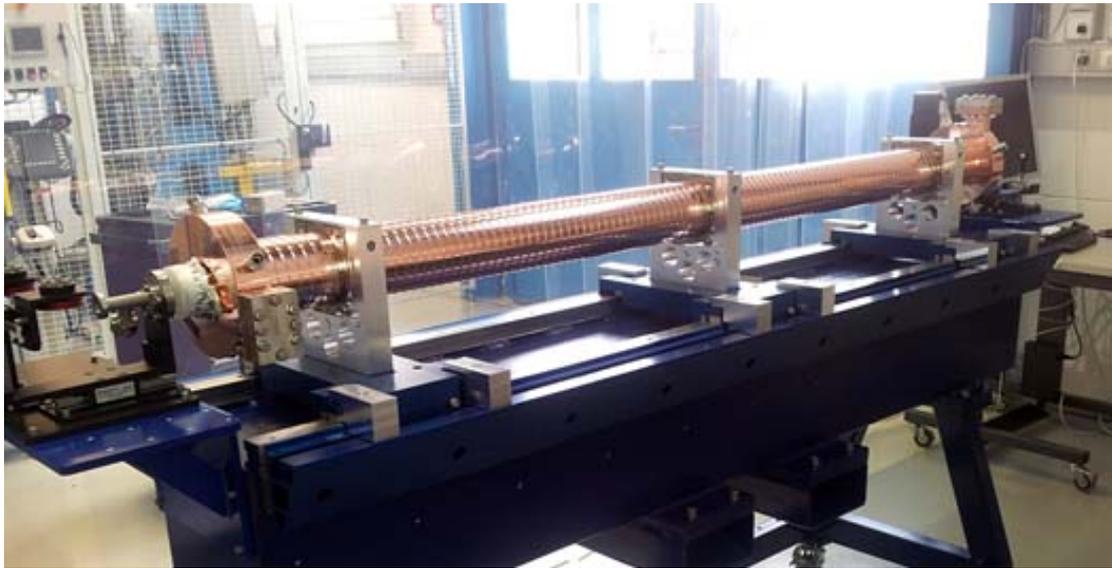
単一ポート入出力
定インピーダンス管

理研XFEL TW加速管 Choke @ C-band

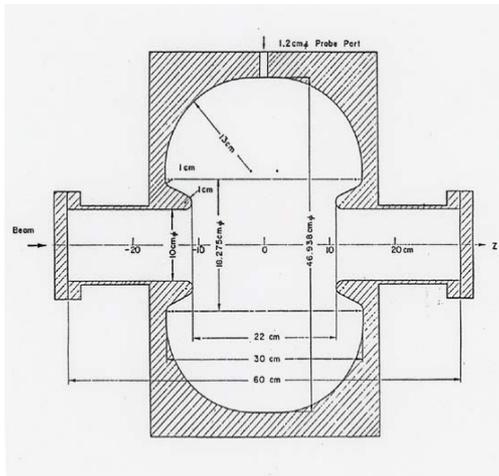


SWISS FEL Cバンド 単バンチ加速管 TW

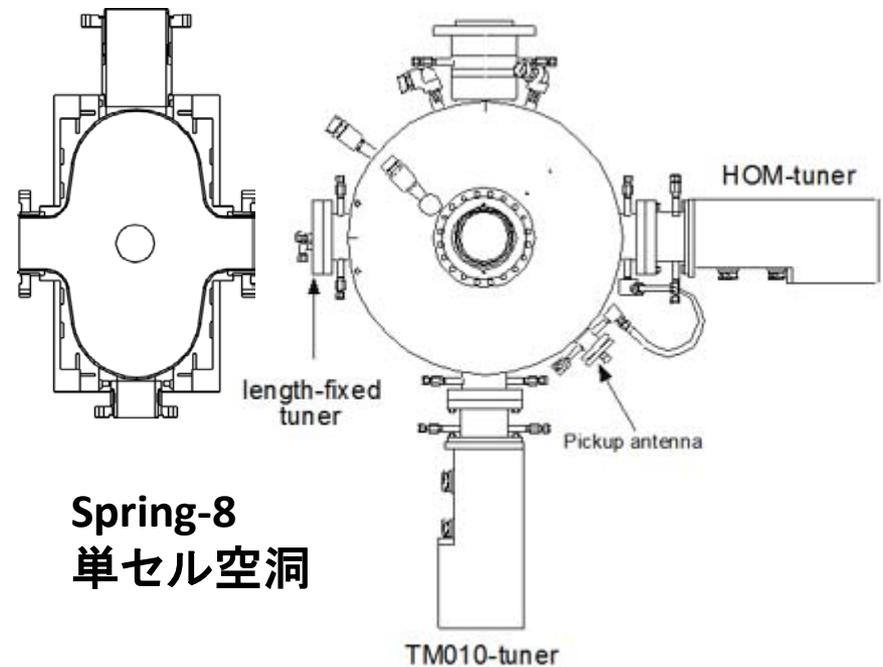
建設中 2013-2016



蓄積リング空洞 単セル空洞 SW

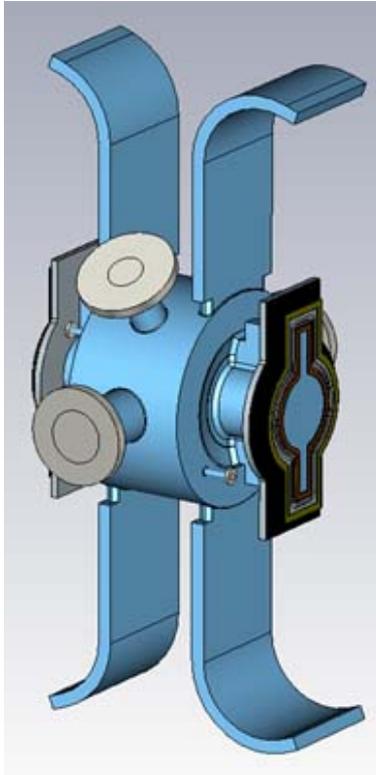


KEK PF 単一空洞



Spring-8
単セル空洞

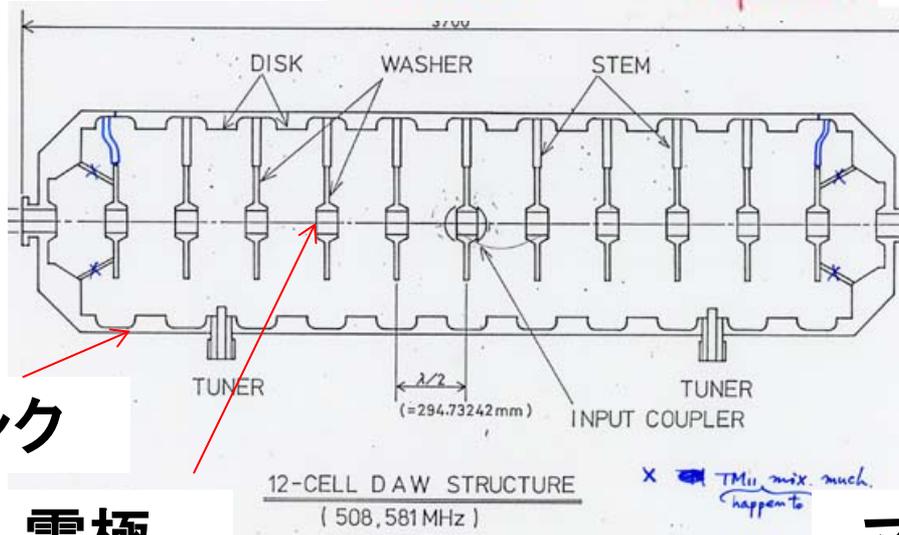
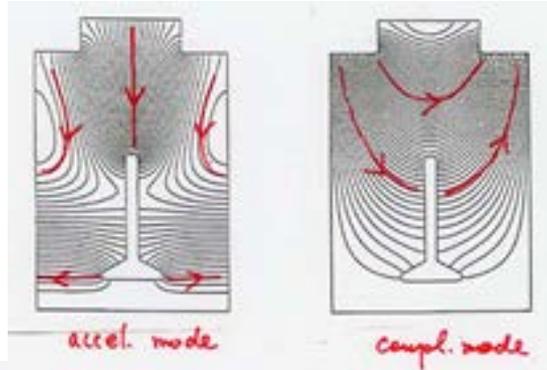
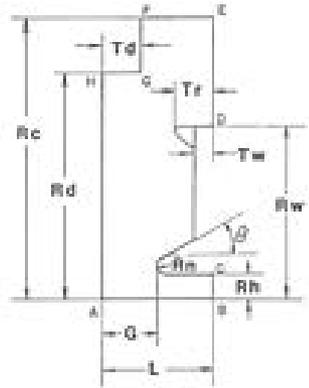
DR 減衰空洞 SW



SuperKEKB用Damping Ring HOM 減衰空洞

DAW 二重周期 強結合空洞 SW

$\pi/2$ モード特有の2モード
加速+結合

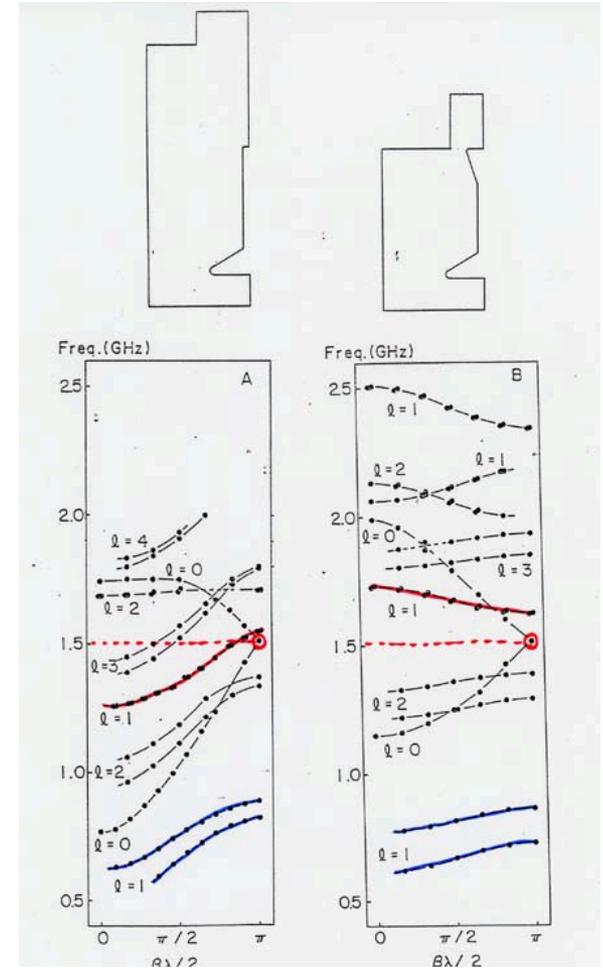


タンク

電極

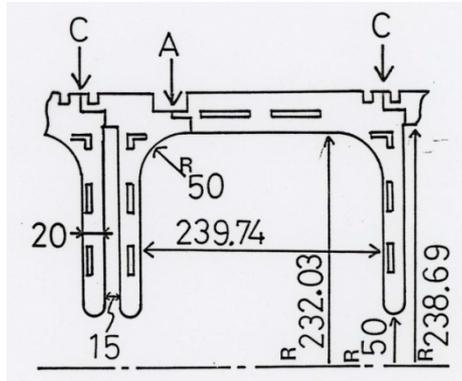
12-CELL DAW STRUCTURE
(508, 581 MHz)

X TM₀₁₀ mix. much happens to

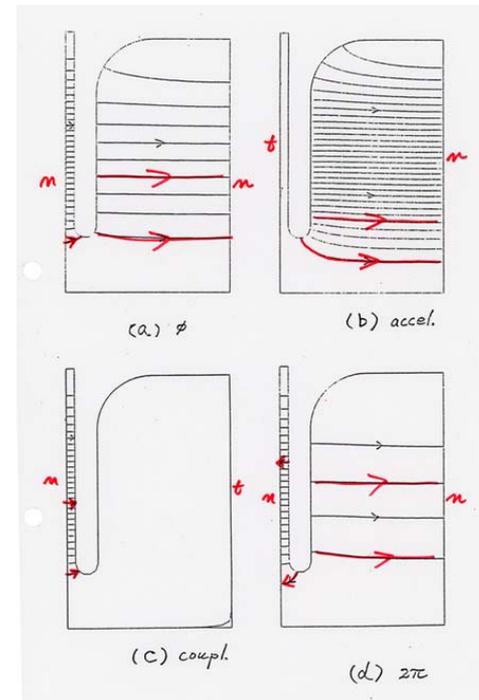
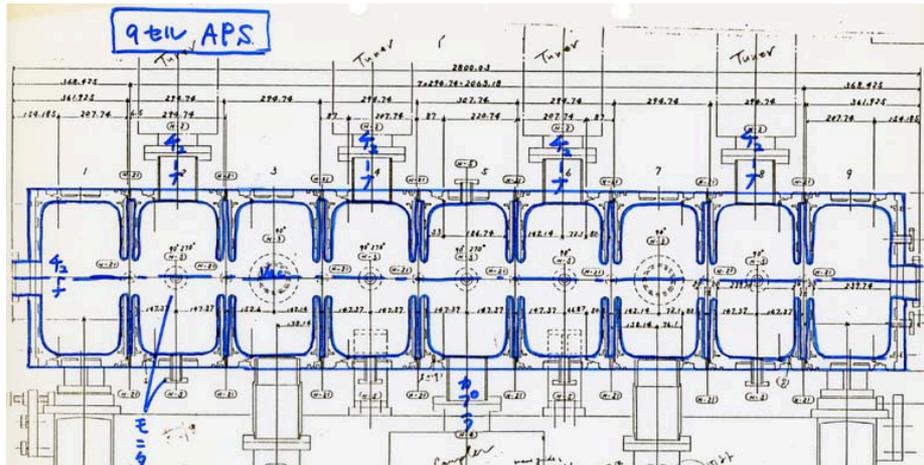


マルチセル特有の分散特性

APS 二重周期構造 SW



$\pi/2$ モード特有の2モード
加速+結合



ほぼ2D形状 計算確実&量産コスト↓

超伝導空洞 SW

薄皮 → 内部をほぼ想像していい



KEKB 508MHz
1-cell Cavity



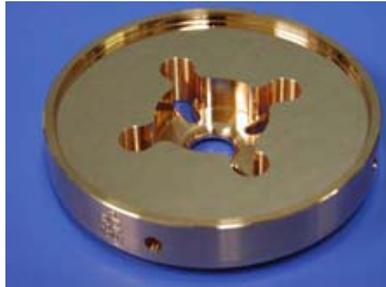
cERL ML
1.3GHz 9-cell Cavity



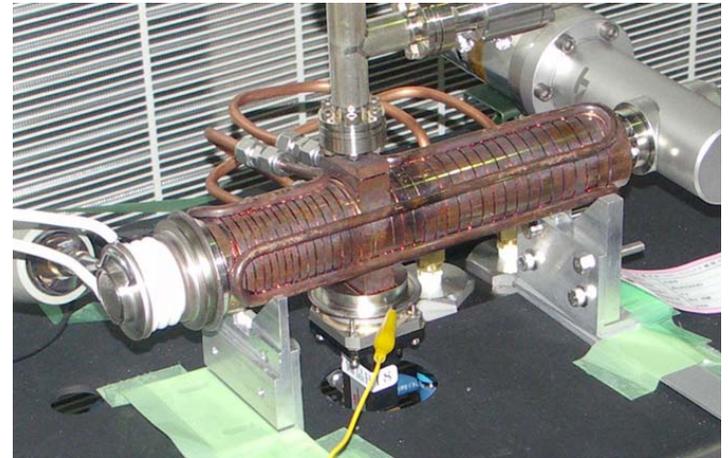
KEKB 508MHz
Crab Cavity

X-band

1.8m TW for LC and 0.3m SW for X-ray NDT

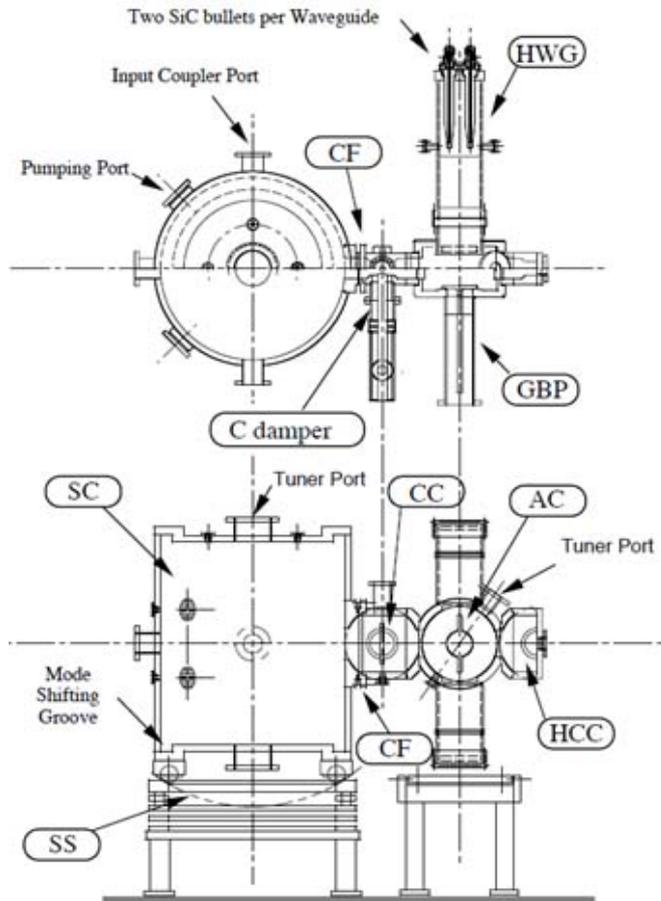


RDDS1 1.8m管

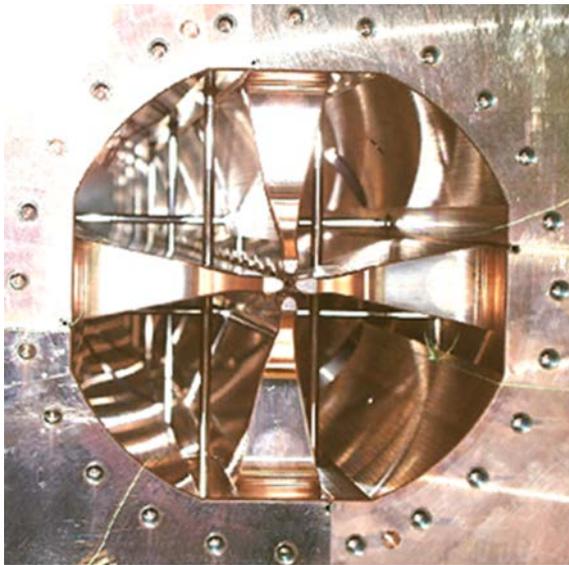


9.4GHz assembly 1 MeV linac

ARES 貯蔵空洞付き高電流対応・SW空洞

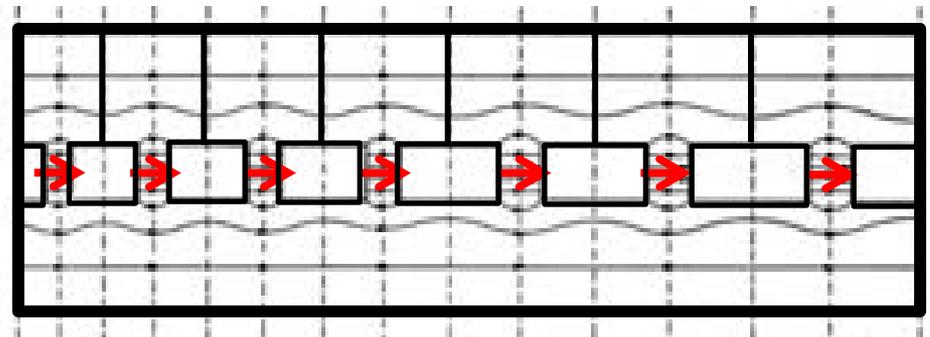


低エネルギーProton用 SW空洞 タンク+内部の電極配置



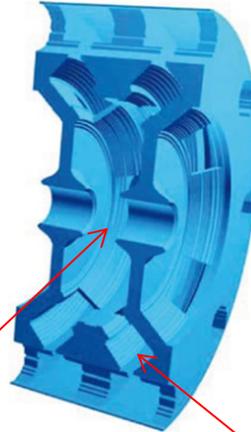
RFQ

写真: J-PARC HPより



DTL

高エネルギーProton用 ACS SW



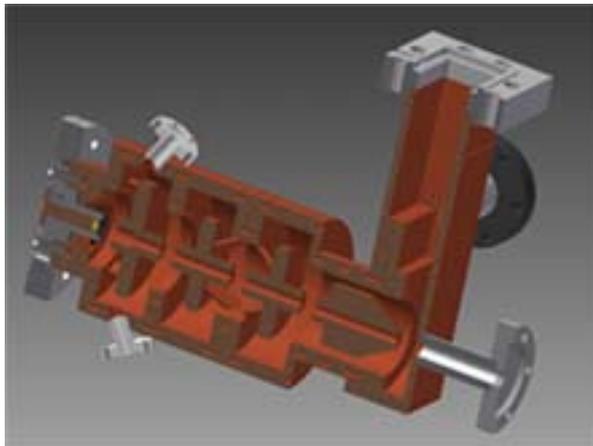
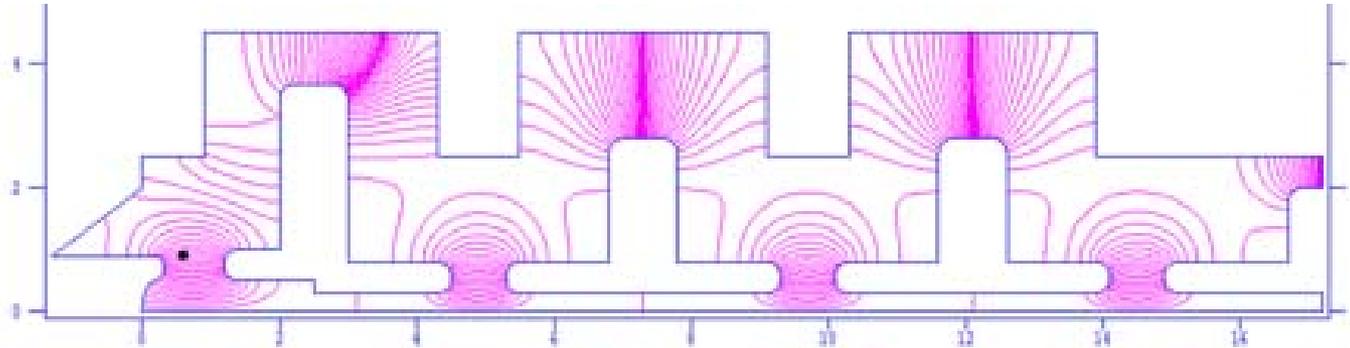
加速

結合

$\pi/2$ モード

DAW型 RFガン SW

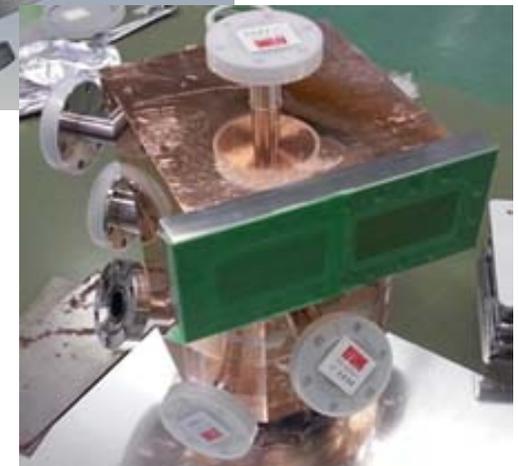
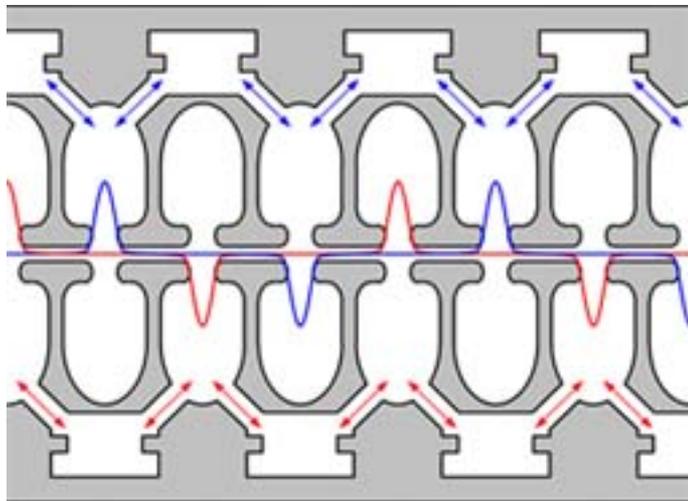
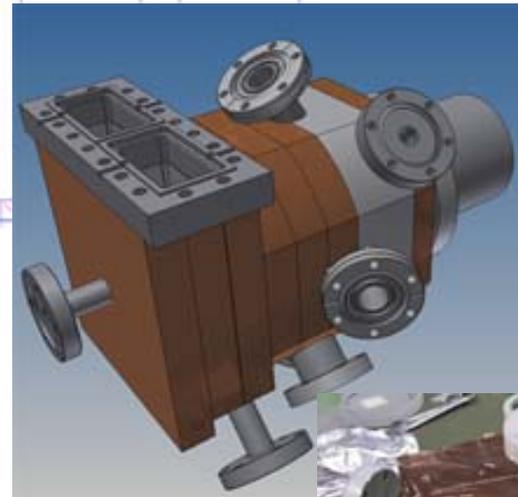
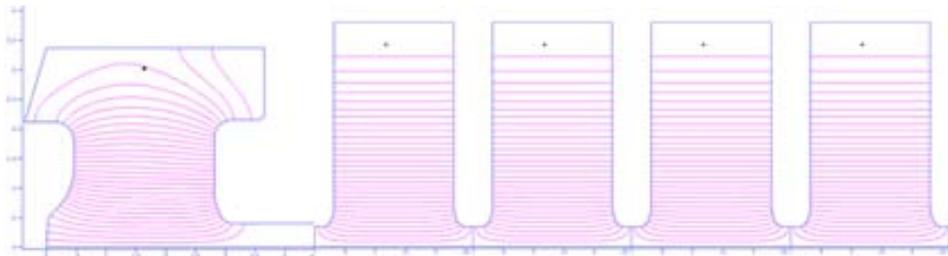
低エネルギー電子の安定集群&加速(1)



SuperKEKB Injector RF Gun

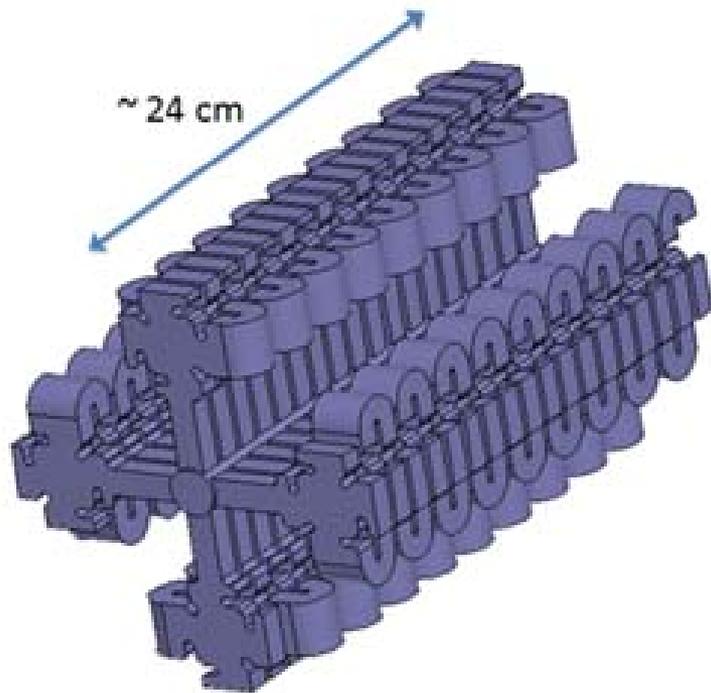
疑似進行波型SCS RFガン SW

低エネルギー電子の安定集群&加速(2)



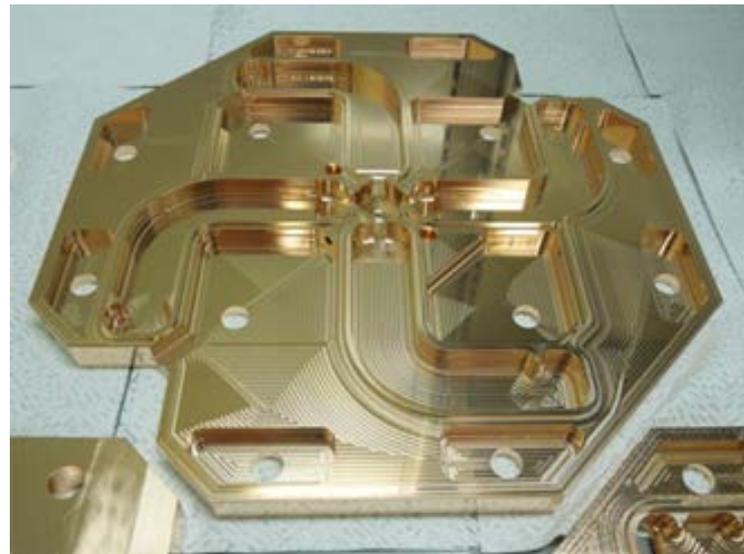
SuperKEKB Injector RF Gun

パラレルフィード SW加速器



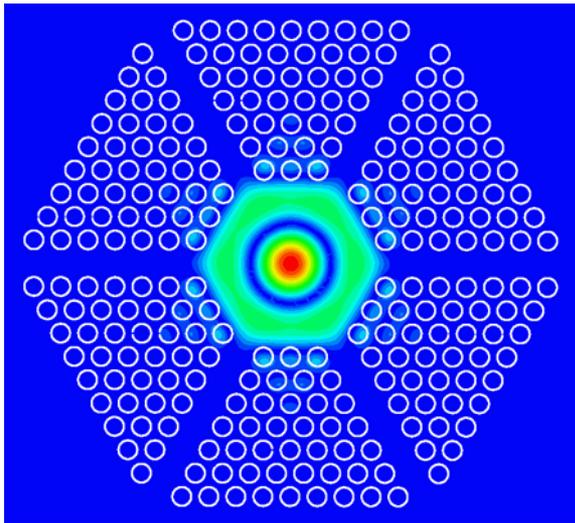
SLAC/KEK 試験空洞

究極の加速電界の実現と
加速効率・安定性の維持
の両立を目指す



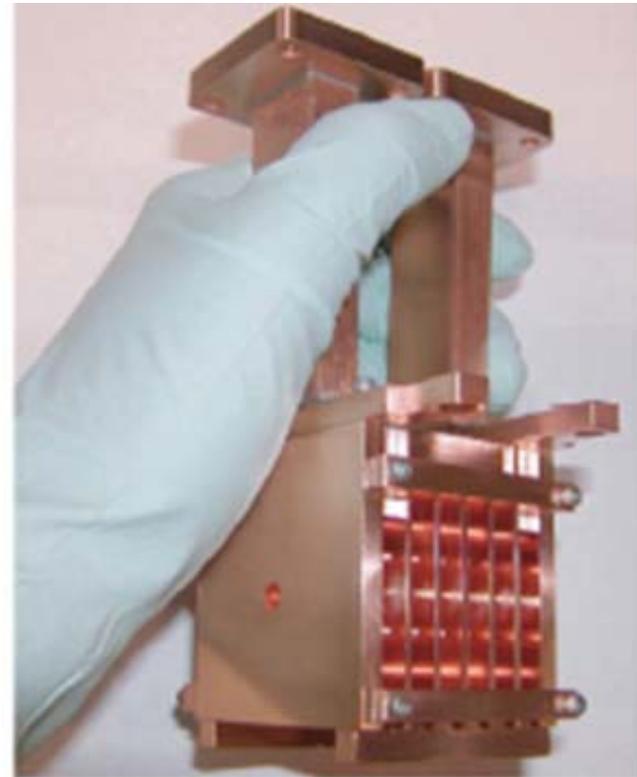
PBG (Photonic Band Gap Structure)

バンドギャップでの特定電磁波の閉じ込め



TM₀₂ mode

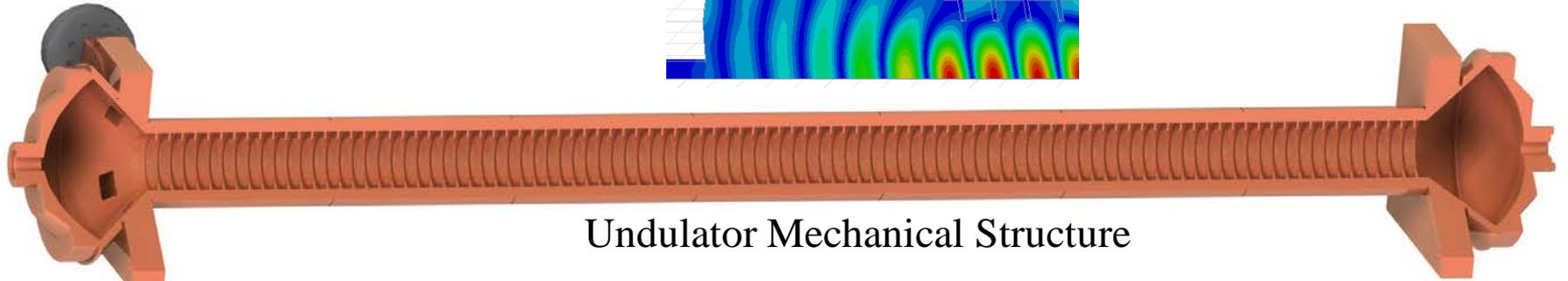
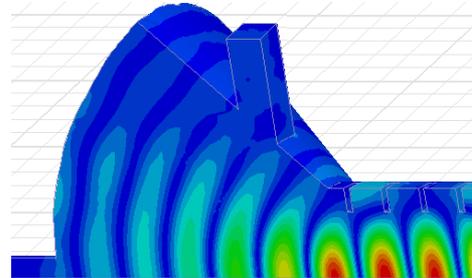
diffractive Q ~ 18,000



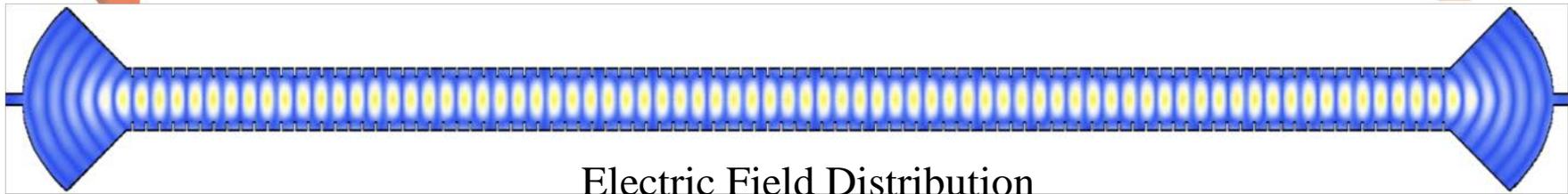
MIT製作+SLACK試験 試験空洞例

Microwave Undulators with Large Aperture

大口徑加速管技術→Undulator光への発展



Undulator Mechanical Structure



Electric Field Distribution

Undulator Wavelength=1.4 cm

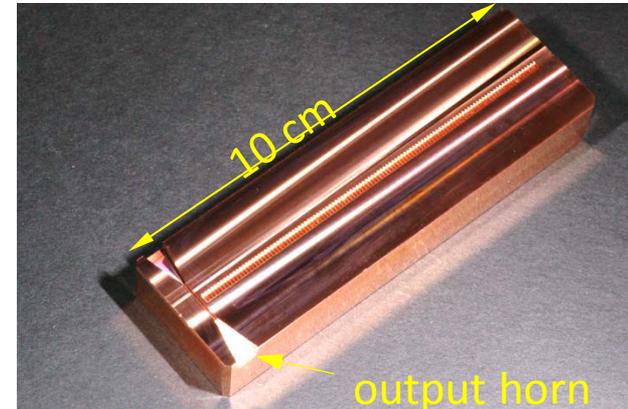
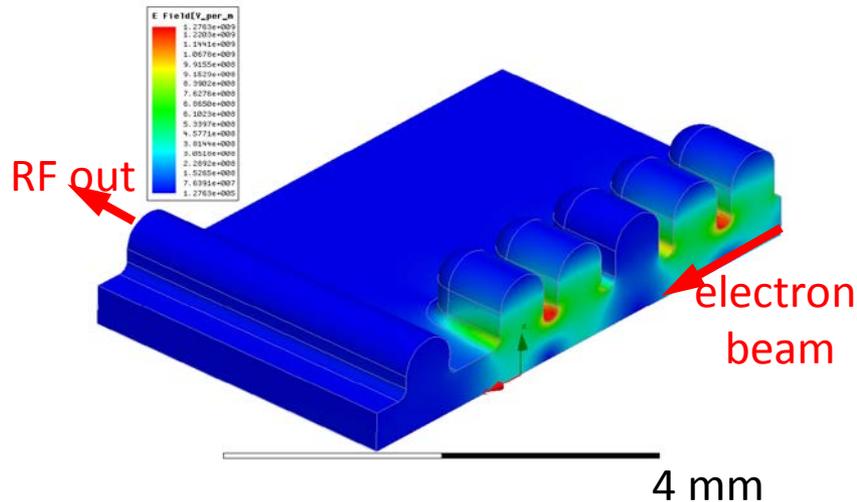
Power required (for linearly polarized, $K=1$)=50 MW

$Q_0=94,000$

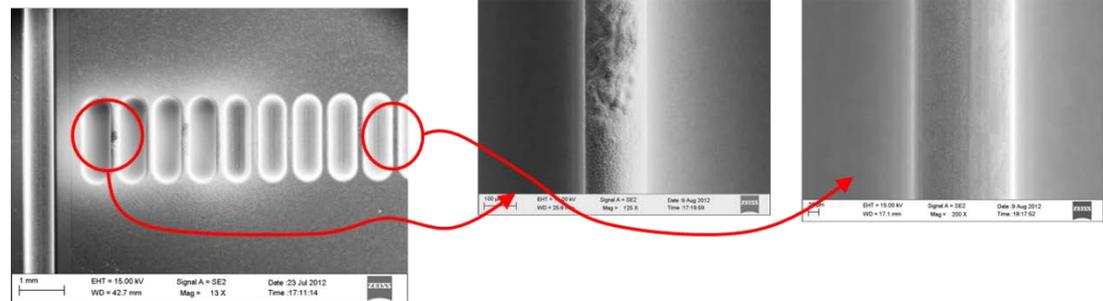
SLACKにて実証

更に高周波へ >100GHz、<1mm

RF Breakdown Test of Metal Accelerating Structure at FACET



- 1st iris – breakdown damage, peak surface fields <math>< 1.3 \text{ GV/m}</math>
- 9th iris – no breakdown damage, peak surface fields > - pulse length $\sim 3\text{ns}$

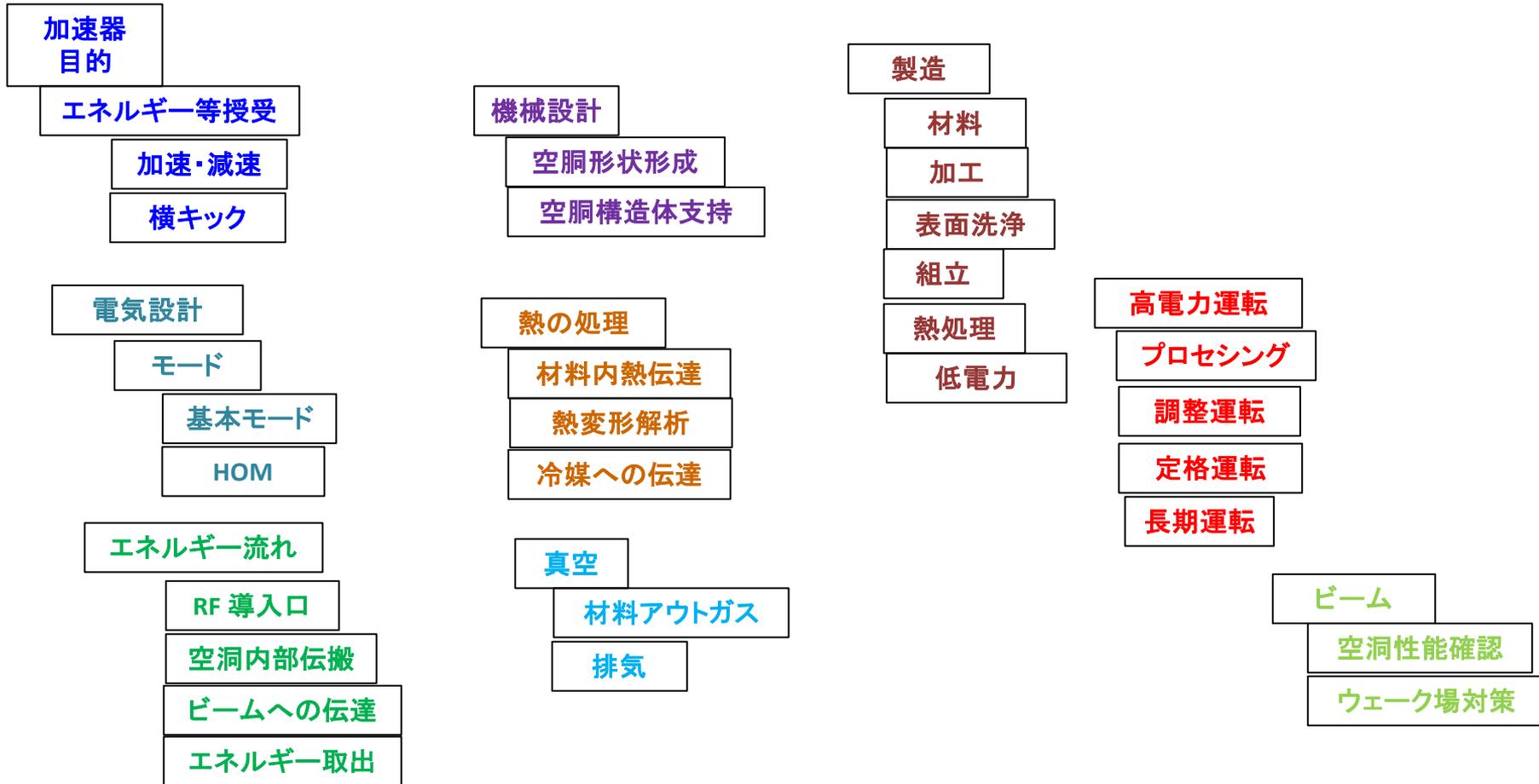


V. Dolgashev and S. Tantawi

空洞の一生

- 加速器設計
- 空洞概念設計
- 詳細設計
- 材料調達
- 機械加工、表面処理、組立
- 低電力計測、チューニング
- プロセッシング
- 高電力運転
- 長期運転でのトラブル対処

高周波空洞の一生の相互関連技術



空洞周波数 高・低

- 加速範囲(ギャップ)の長さ→ビームとの結合
 - Transit time
- 電磁場の時間変化(スロープ)
 - バンチング、位相安定性
- エネルギーのやりとり量と蓄積エネルギー
 - $R/Q \sim V^2/U \rightarrow$ ローディング
- 空洞の大きさ
 - サイズ $\sim 1/\text{周波数} \sim \text{波長 } \lambda$
 - 必要な機械的強度

波長/ 周波数/ バンド

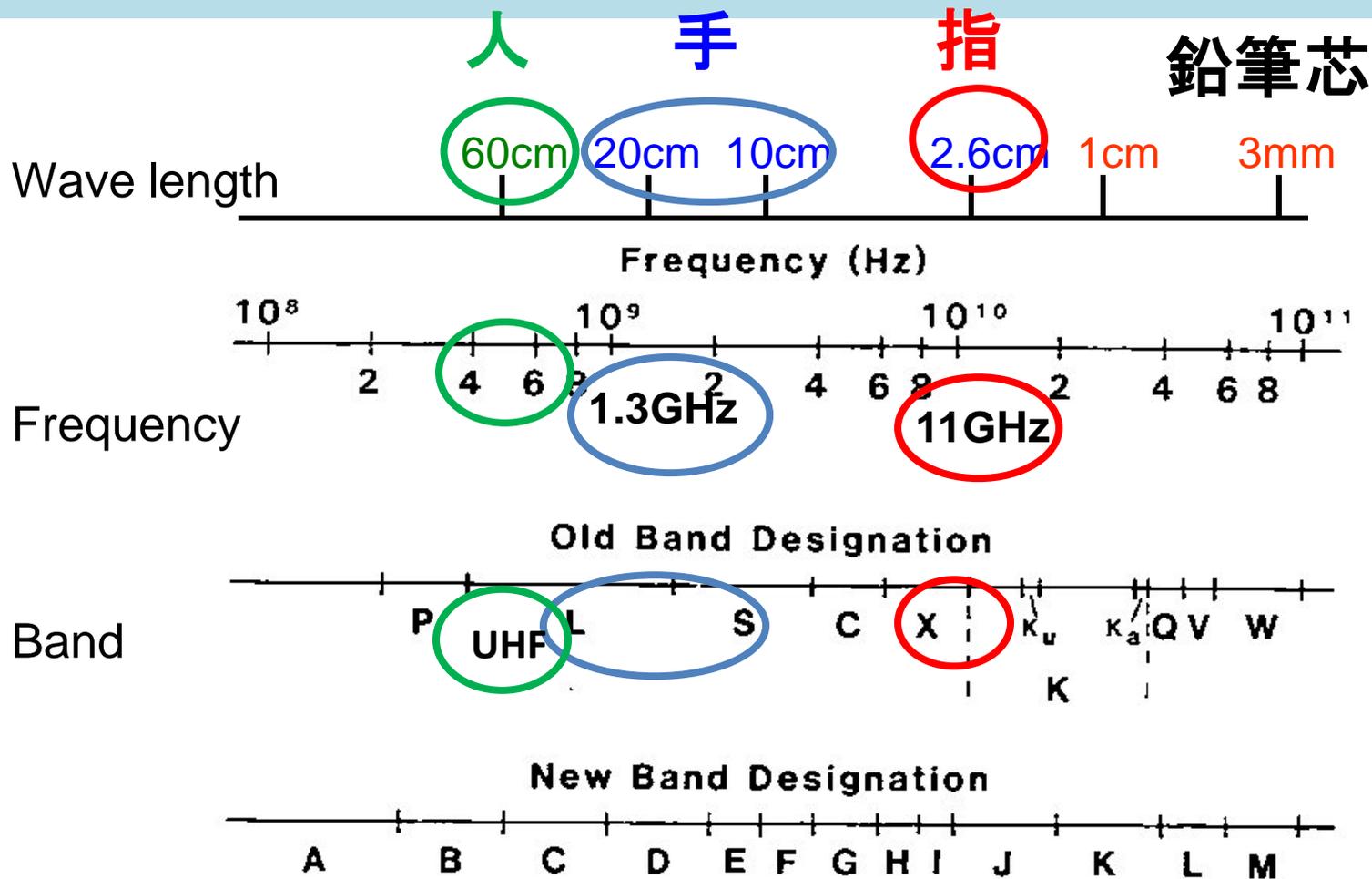


Figure 1.2 Microwave Band Designations

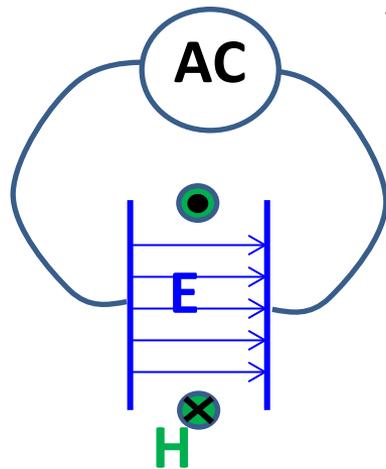
From Microwave Tubes by A. S. G. ... our, Jr.

周波数と空洞実態

- UHF ~500MHz、1m
 - Lバンド 1GHz、30cm
 - Sバンド 3GHz、10cm
 - Cバンド 6GHz、5cm
- Xバンド 9~12GHz 1cm
 - Kuバンド 12~18GHz
- Kaバンド 26~40GHz、3mm
 - 100GHz、サブmm
 - <100 μ m
- 銅、鉄構造+メッキ
- 銅、ニオブ薄板+外部構造
- 銅加工
- 銅加工
- 銅加工
- 銅加工
- 銅加工
- 銅、リソグラフィー
- プラズマ？

RF 単一空洞の形成 SW

周波数アップ

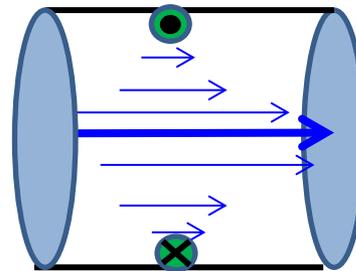


Size $\ll \lambda$

オーディオ
10kHz $\rightarrow \lambda \sim 30\text{km}$
サイズ $\sim 1\text{cm}$



RF空洞



Size $\sim \lambda$

UHF空洞
500MHz $\rightarrow \lambda \sim 0.6\text{m}$
サイズ $\sim 1\text{m}$

- 波長と空洞サイズが同程度
- 空洞(空洞の内表面)内の電磁場モードに関連、特に表面の電流分布
- ビームと相互作用する場所の電磁界

空洞の関連する基本パラメータ群

- **Q値** 空洞の電氣的鋭さ
- **V** 加速ゲイン (エネルギー変化)
- **トランジットタイム** ビームの通過時間
- **Rs** シャントインピーダンス パワー → ビームへのエネルギー変換 R/Q
- **ロスファクター** ビームが空洞内に落とすエネルギー

Acceleration related parameters

Basic acceleration-related parameters. In a cavity or in a unit length.

$$V = \int E_z(z, t) dz$$

$$R \equiv \frac{V^2}{P_c}$$

$$R / Q \equiv \frac{V^2}{2 \omega U}$$

$$Q \equiv \frac{\omega U}{P_c} = \frac{G}{R_s}$$

$$E_{acc} = V / L$$

$$R / L = \frac{E_{acc}^2}{(P_c / L)}$$

$$(R / L) / Q = \frac{E_{acc}^2}{(P_c / L)}$$

$$Q = \frac{\omega (U / L)}{(P_c / L)}$$

Wall loss by surface integral
Stored energy by volume integral

$$P_c = \frac{R_s}{2} \int |H^2| dS$$

$$U = \frac{\mu}{2} \int |H^2| dV = \frac{\epsilon}{2} \int |E^2| dV$$

$$G \equiv \omega \mu \frac{\int |H^2| dV}{\int |H^2| dS}$$

Geometrical factor
due to geometry.

$$R_s = \sqrt{\frac{\omega \mu}{2 \sigma}}$$

Surface
resistance due to
surface loss
mechanism.

Efficient acceleration R/Q

How to concentrate the E_z field on axis to make an efficient acceleration? → Increase R/Q.

$$R / Q \equiv \frac{V^2}{2 \omega U}$$

For higher R/Q

→ Smaller beam aperture → smaller cell-to-cell coupling.

→ Nose cone → same as above → need other coupling mechanism

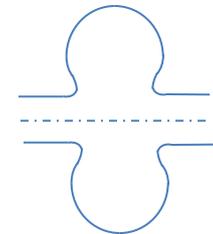
ILC super-conducting cavity

→ smooth, polish with liquid, high pressure rinse, etc.

→ with circle-ellipsoid smooth connection,

→ nose cone is difficult

→ less effort on higher R/Q, simply decreasing beam hole aperture because storing large energy with longer period is possible



Choke mode cavity needs field at choke area to establish imaginary short

→ sacrifice several % loss in R/Q

Shaped disk-loaded structure

→ only change R/Q by beam hole aperture

Loss factor

Loss factor K_L described later

$$k_L = \frac{\omega R}{4Q}$$

The energy left after a bunch, with charge q , passes a cavity is

$$U_m = k_{L,m} q^2$$

Larger R/Q makes bigger energy left in the cavity.

It may cause various problems;

- Phase rotation of accelerating mode

- Transverse kick field

- Heating beam pipe

In a ring application, such as storage ring and DR, sometimes R/Q should be reduced.

In the linac application, it usually tuned to be maximized to get a better acceleration efficiency.

Acceleration: Transit time factor

Assume TM010 mode in a pillbox of length L

$$E_z(z, t) = E_0 e^{j\omega t}$$

Maximum acceleration occurs if the electric field is maximum when the beam passes the center of the cavity.

In case of thin cavity, where $L \ll c/f$,

$$R_{un} = \frac{V_0^2}{P}, \quad V_0 = E_0 L$$

The acceleration felt by the beam decays as time,

$$E_z(z, t) = E_0 \cos(\omega t), \quad z = ct$$

Voltage acquired by beam is then

$$V(L) = \int_{-L/2}^{L/2} (E_0 \cos \omega t) d(ct) = \frac{2cE_0}{\omega} \sin\left(\frac{\omega L}{2c}\right)$$

Transit time factor:

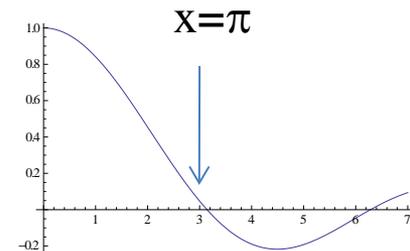
$$T \equiv V(L) / V_0 = \frac{2c}{\omega L} \sin\left(\frac{\omega L}{2c}\right) = \frac{\sin(x)}{x}, \quad \text{where } x \equiv \frac{\omega L}{2c}$$

In π mode cavity $c \frac{1}{2f} = L$

Then transit time factor becomes

$$T = \frac{\sin(\pi/2)}{\pi/2} = \frac{2}{\pi} \approx 0.64$$

$$R = R_{un} T^2 = 0.4 R_{un}$$



Surface loss and Q_0

$$Q = \frac{G}{R_s}$$

Super conductor, Nb case:

$$R_{BCS} (\Omega) = 2 \times 10^{-4} \frac{1}{T} \left(\frac{f}{1.5} \right)^2 e^{-\frac{17.67}{T}}$$

$$f(\text{GHz}), T(^{\circ}\text{K})$$

at 1.3GHz, $T=2\text{K} \ll 9\text{K} \rightarrow \rho_{BCS}=11\text{n}\Omega$

Higher freq \rightarrow larger BCS loss.

Possible to increase geometrical factor, G by shaping. It reduces cryogenic power consumption.

Actually, $R_s = R_{BCS} + R_{\text{residual}}$

Need to keep smaller R_s by making proper material surface.

Suppressing multipacting and field emission loading.

Normal conductor:

Equivalent surface current in thin skin depth δ_s with surface resistance R_s .

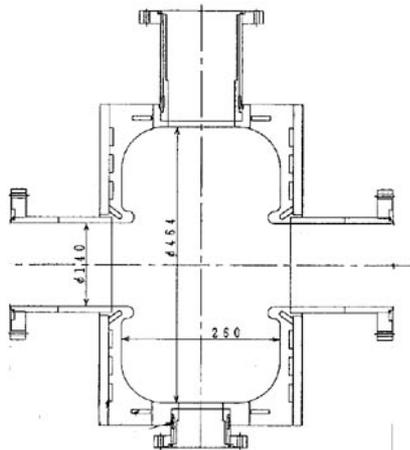
R_s depend on mostly choice of material.

$$R_s = \sqrt{\frac{\omega \mu}{2 \sigma}}$$

$\sigma_{Cu}=5.8 \times 10^7 (1/\Omega) \rightarrow R_s \sim 28\text{m}\Omega$

Higher R_s makes larger pulse surface heating during short pulse.

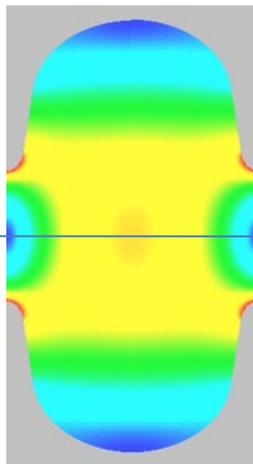
Shaping of accelerator cell profile examples



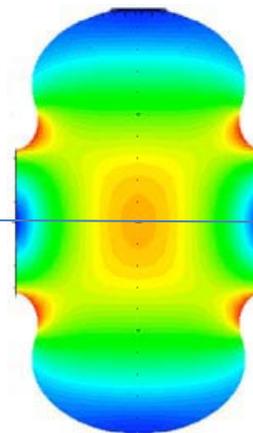
Damped cavity for storage ring
With nose cone.

Single cell
Damped cavity

TW DLS
TM010
 $5\pi/6$ -mode
(figure shows π field)

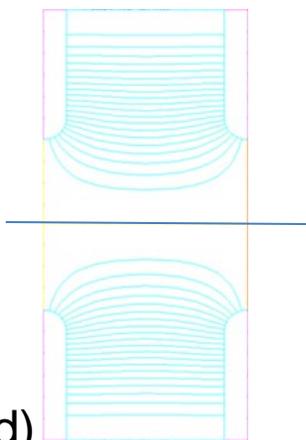


SCC
Typical cavity

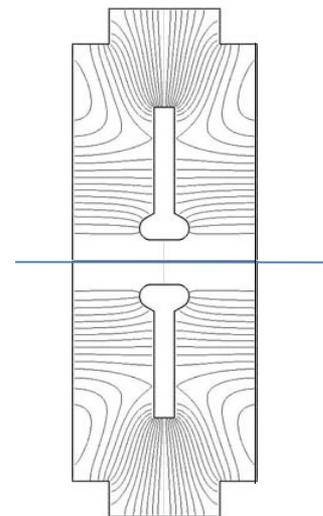


SCC
Reentrant cavity

SW TM010
SCC π mode
Smooth
More E_z on axis
Less H_s at outer



HDDS for GLC/NLC



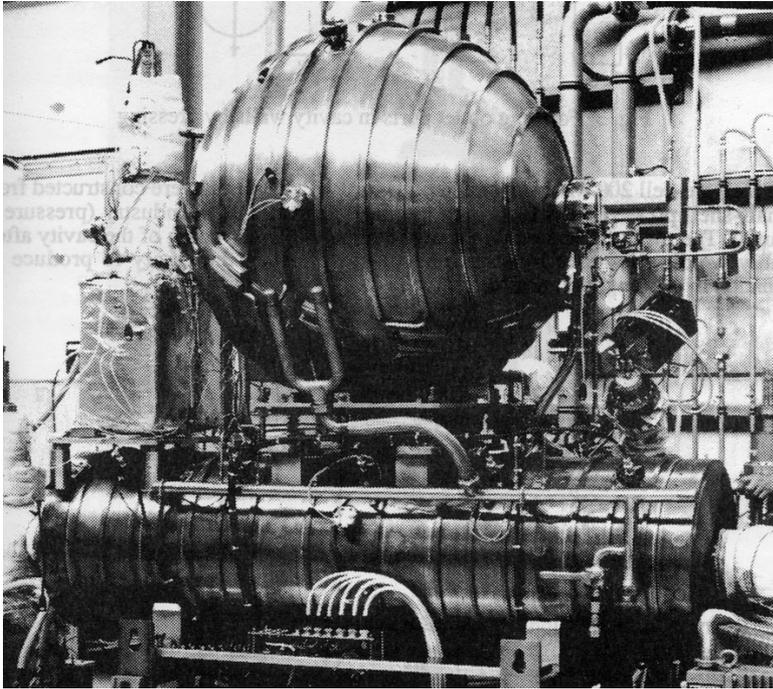
DAW cavity

TM020-like $\pi/2$
Floating washer
Coupling mode in
addition to
accelerating mode.
High Q, high R

エネルギー貯蔵の活用

- LEP
 - 実効的 $R_s \uparrow$
- ARES
 - ビーム安定性 $R/Q \downarrow$
- SLED
 - パルス時間圧縮 \rightarrow ピークパワーの増大

LEP 空洞：効率アップ→エネルギーアップ



LEP cavity
with storage cavity
for efficiency improvement

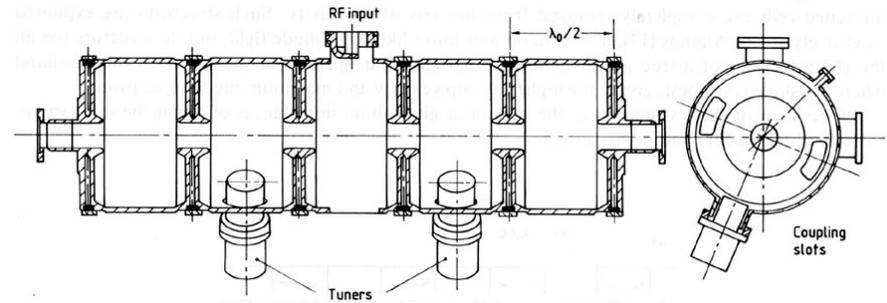
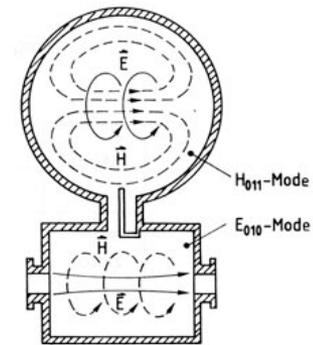


Fig. 25 The five-cell π -mode structure with magnetic coupling



KEKBリング用 ARES空洞

低R/Q→ビーム安定性

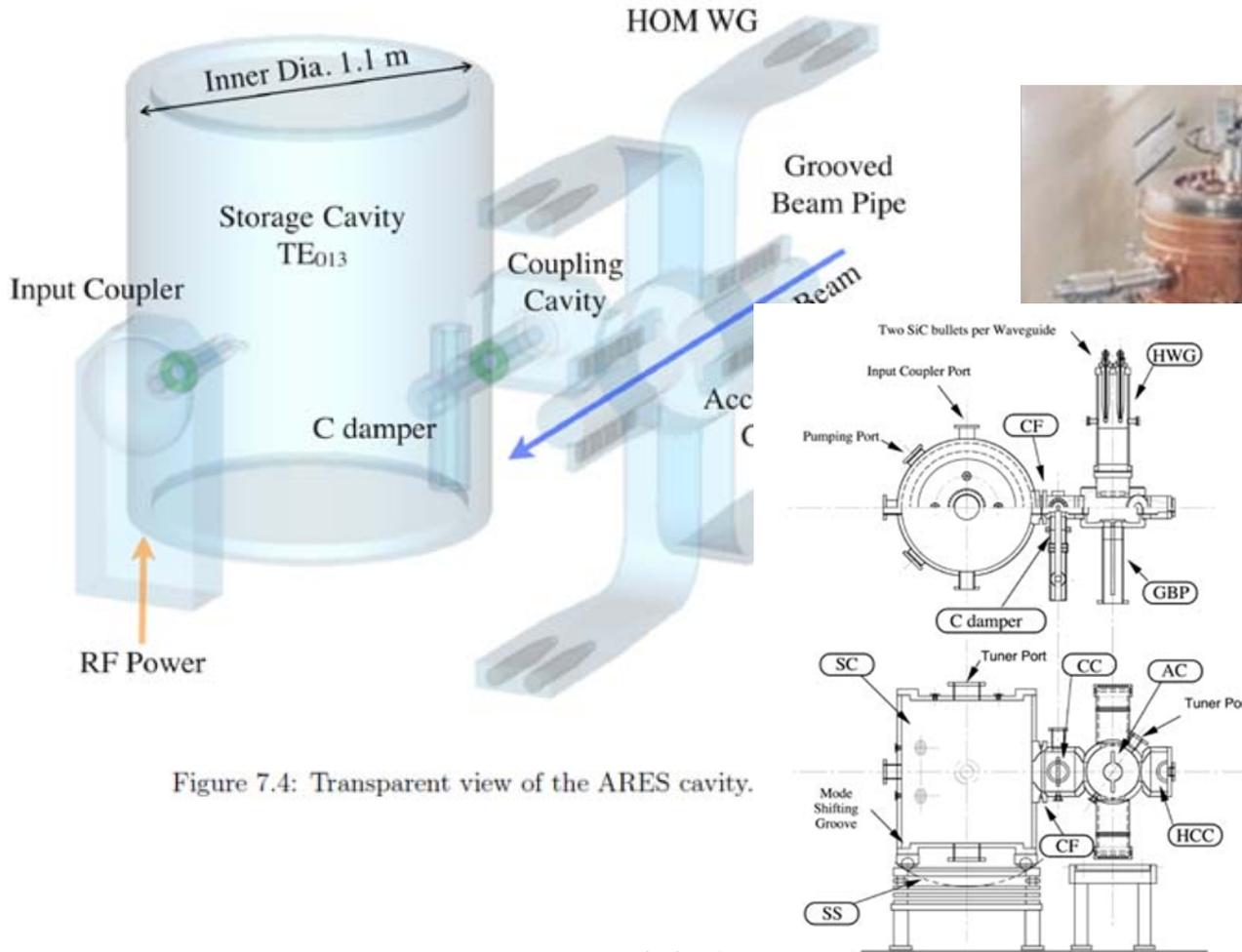
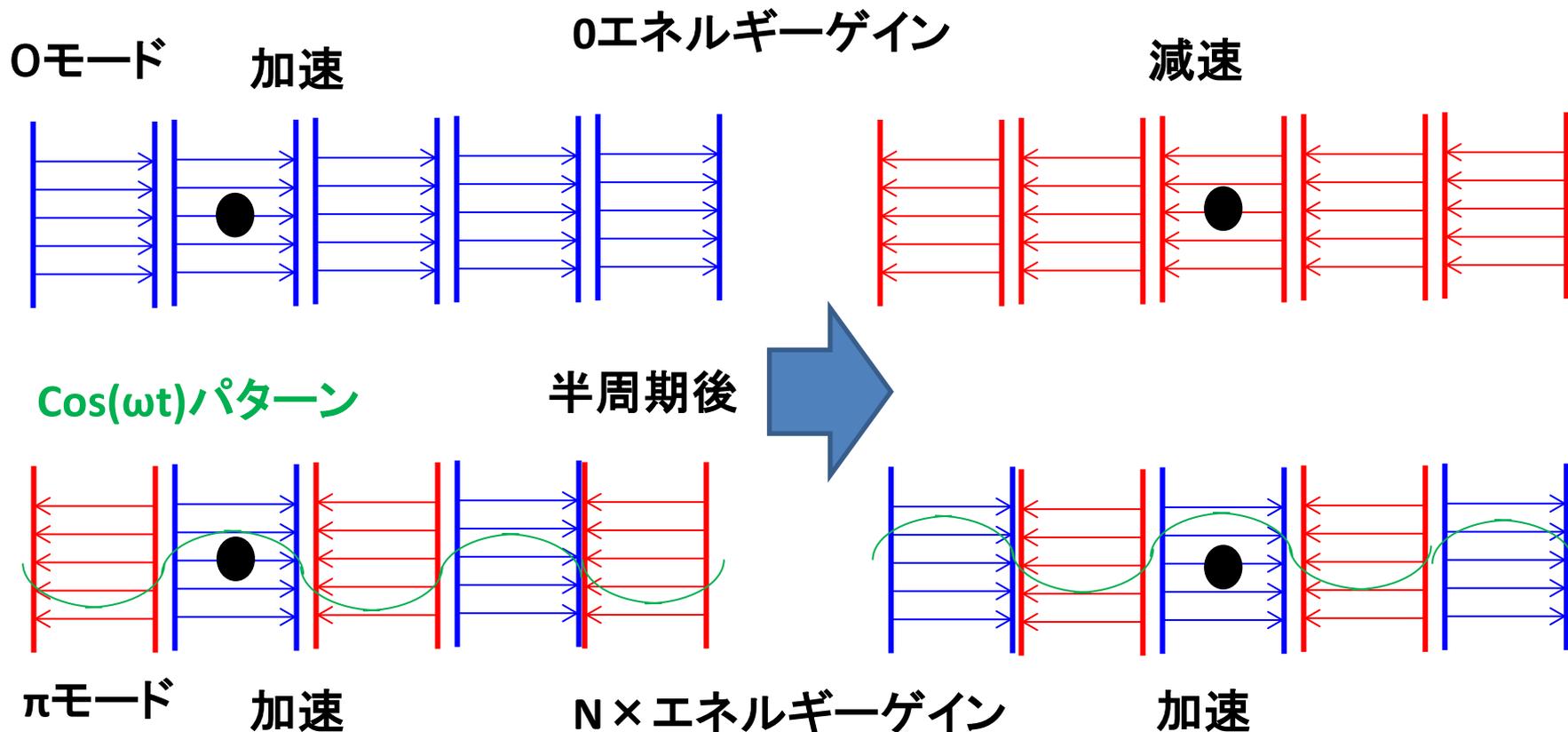


Figure 7.4: Transparent view of the ARES cavity.

DES for KEKB
 cavity for beam stability

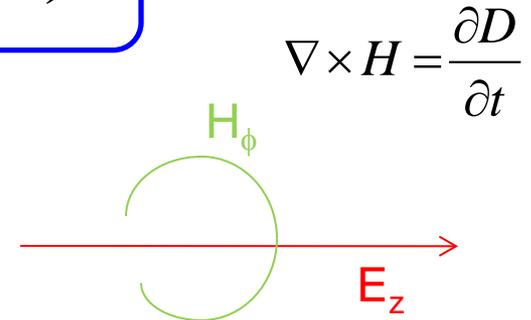
多セル空洞へ π モード空洞を並べる (SWの例)



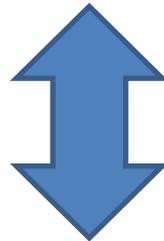
SW and TW

$$SW : e^{j\omega t} \text{Sin}(kz) , e^{j\omega t} \text{Cos}(kz)$$

Superposition of Cos + j Sin
 Example pillbox TM010 mode
 E_z and H_ϕ is 90 degrees out of phase



今までSWを見てきたが、
 これのSuperpositionも
 Maxwell方程式の解である。

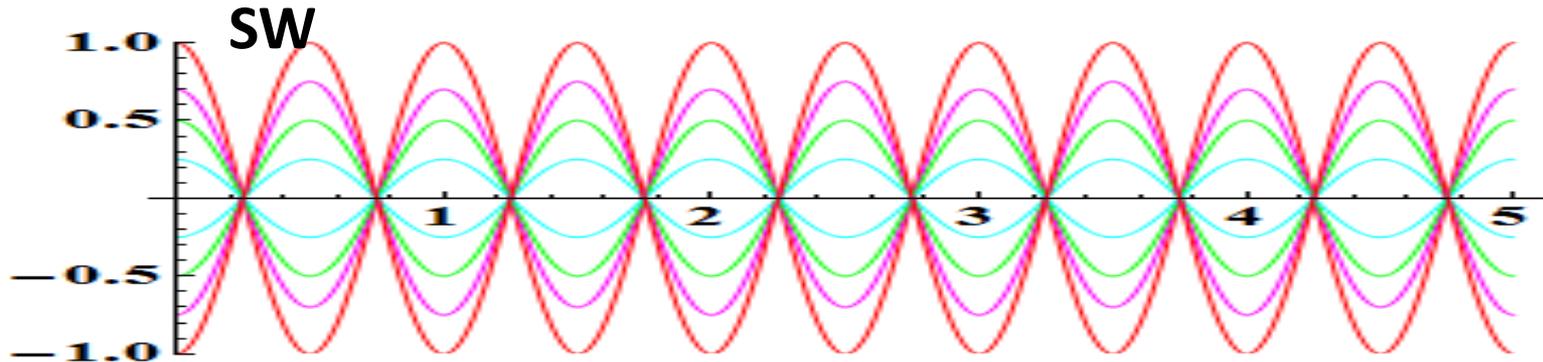


$$\text{Cos} + j \text{Sin} \rightarrow \exp [j(\omega t - kz)]$$

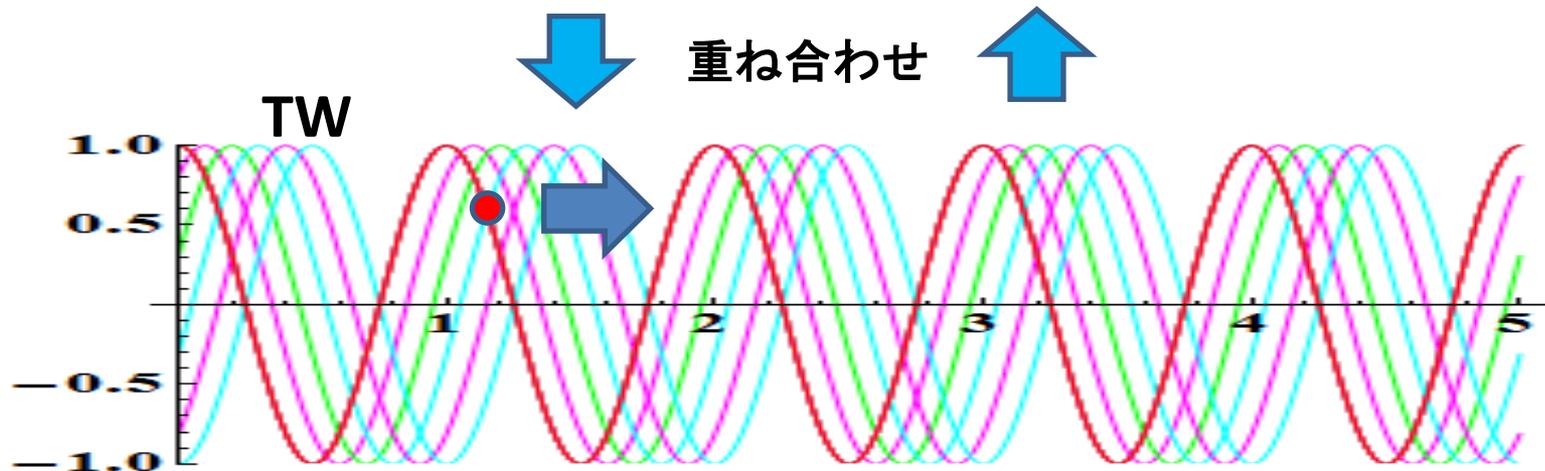
Forward or backward wave F+B or F-B
 E_r and H_ϕ in phase to make Poynting vector

$$TW : e^{j(\omega t - kz)} , e^{j(\omega t + kz)}$$

伝送ラインの進行波 + 後進波から空洞を考える



下図でビームと位相の会う方向のみ加速に寄与でき、反対成分は加減速を繰り返す。



ビームと位相が合わせれば常に加速可能

円筒導波管内の伝送モードパターン

Solving wave equation with satisfying boundary condition

加速に関連するTMモード例

$$E_r = -j \frac{\beta_m}{\beta_c} \cos(m\theta) J'_m(\beta_c r) e^{-j\beta z}$$

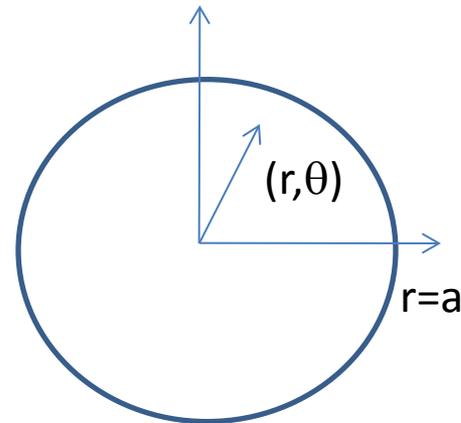
$$E_\theta = j \frac{m\beta_m}{\beta_c^2} \sin(m\theta) \frac{1}{r} J_m(\beta_c r) e^{-j\beta z}$$

$$E_z = \cos(m\theta) J_m(\beta_c r) e^{-j\beta z}$$

$$H_r = -j \frac{m\omega\varepsilon}{\beta_c^2} \sin(m\theta) \frac{1}{r} J_m(\beta_c r) e^{-j\beta z}$$

$$H_\theta = -j \frac{\omega\varepsilon}{\beta_c} \cos(m\theta) J'_m(\beta_c r) e^{-j\beta z}$$

$$H_z = 0$$



典型的なモードパターン

通常、加速モードに直結するモード

68 TRANSMISSION-LINE MODES [Sec. 2-3]

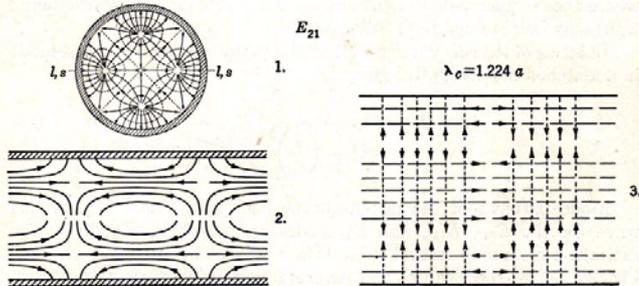
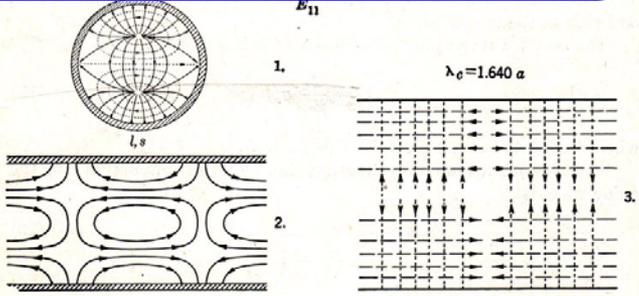
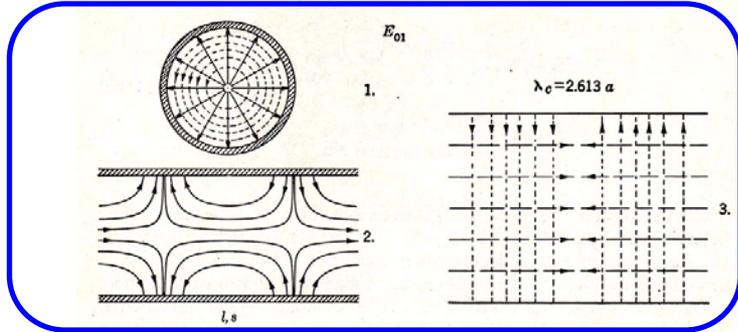
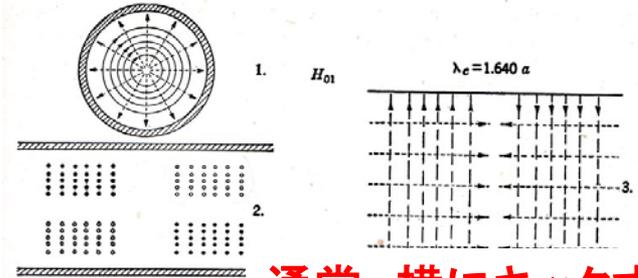


FIG. 2-5.—Field distribution for E -modes in circular waveguide.
1. Cross-sectional view
2. Longitudinal view through plane $l-l$
3. Surface view from $s-s$

Sec. 2-3] CIRCULAR WAVEGUIDES 71



通常、横にキックするモード

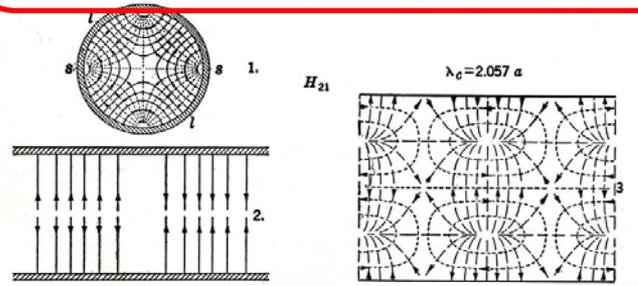
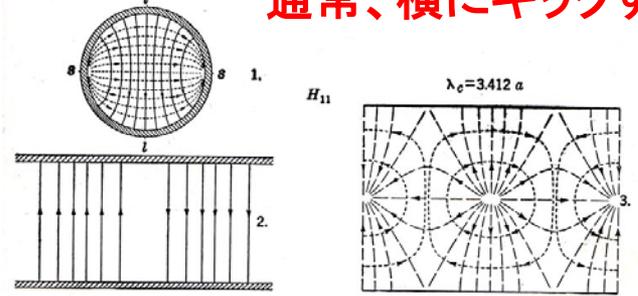


FIG. 2-6.—Field distribution for H -modes in circular waveguide.
1. Cross-sectional view
2. Longitudinal view through plane $l-l$
3. Surface view from $s-s$

E-mode / TM-mode

H-mode / TE-mode

分散特性

$$\gamma^2 = \beta_c^2 - \omega^2 \epsilon \mu = -\beta_z^2$$

TMモード、 $m=0$

進行波は

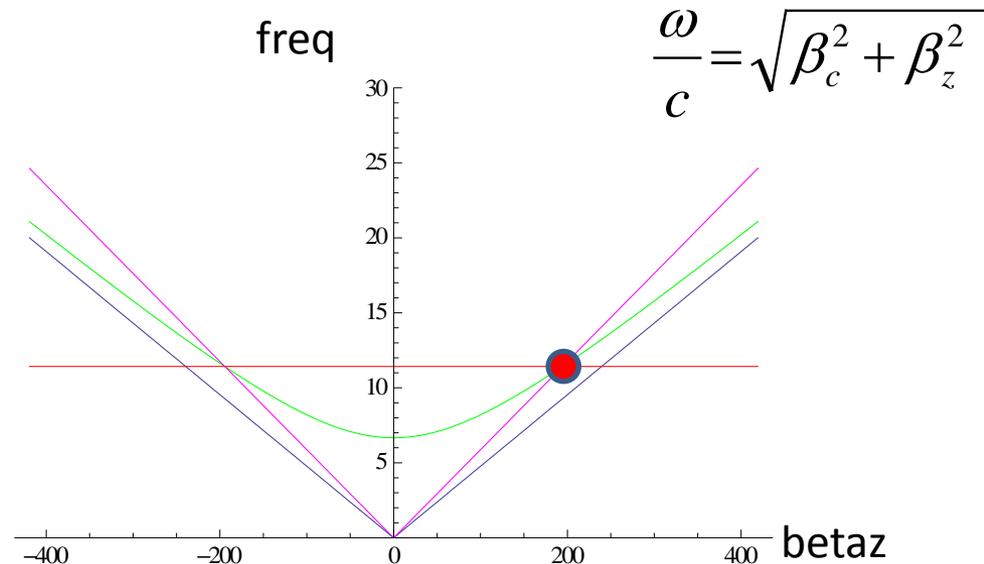
$$e^{j(\omega t - \beta_z z)}$$

$$E_z = E_0 J_0(\beta_c r) e^{j(\omega t - \beta_z z)}$$

$$E_r = j E_0 Z_0 (1 - (\omega_c / \omega)^2) J_1(\beta_c r) e^{j(\omega t - \beta_z z)}$$

$$H_\theta = j E_0 J_1(\beta_c r) e^{j(\omega t - \beta_z z)}$$

位相速度が
光速以上なので、
高エネルギーの
ビームを長距離加
速ができない。

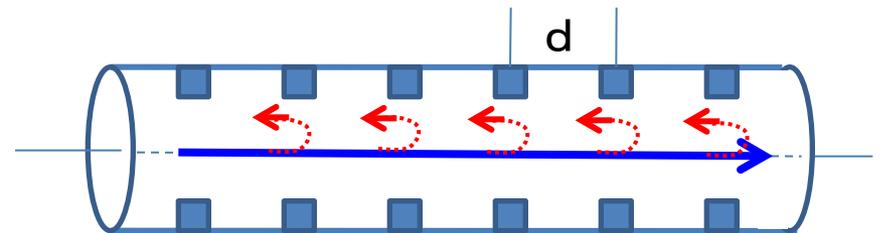


位相速度を光速より落として 粒子加速を可能にする

Add periodical perturbation with its period= d .

If d =half wavelength, then reflection from each obstacle add coherently, making large reflection, resulting in a stop band.

Then wave component with harmonics $\beta_z=2\pi/d$ suffer from significant reflections, making a stop band.



次の障害物まで行ってかえるまでに
位相が 2π 進む場合！

障害物による反射波が同じ位相でかえってくる間隔で配置すると、波は事実上進めなくなる → ストップバンド

スペースハーモニクス展開

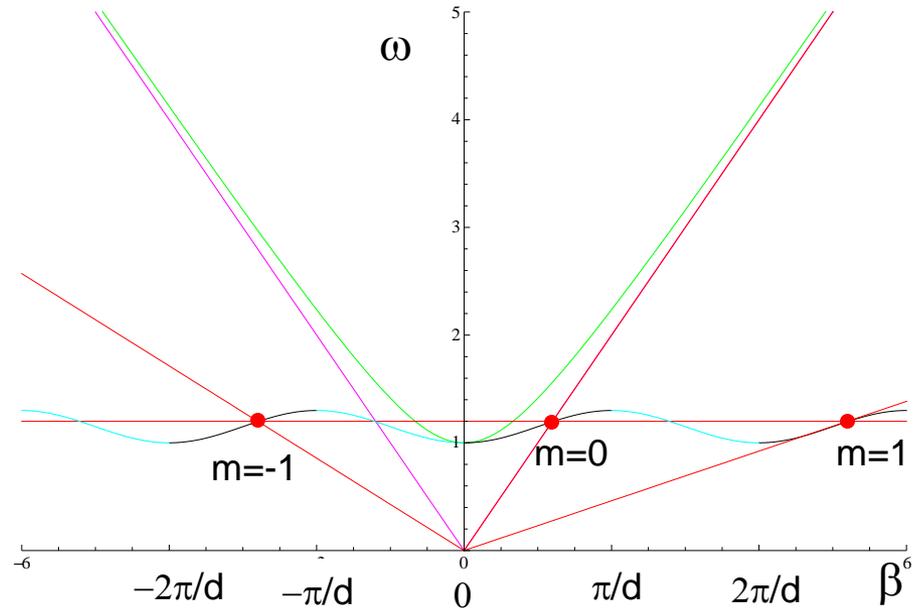
右図の赤点の重ね合わせ

$$E_z = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} a_n J_0(k_{rn} r) e^{j(\omega t - \beta_n z)}$$

where

$$\beta_n = \beta_0 + 2\pi n / d$$

$$k_{rn}^2 = k^2 - \beta_n^2$$



This is equivalent to the Floquet's theorem.

Now it can be tuned to have a phase velocity of light. This is required for high energy linac structure.

The accelerating field contains infinite number of space harmonics, driven at frequency ω .

There are stop bands. No propagation mode exists.

無限にあるスペースハーモニクスの中で、ビームの位相速度と同じモードがあれば、波乗り条件んが常に成り立ち、長スパンの加速が実現する

伝送ライン(導波路) → 孤立空洞

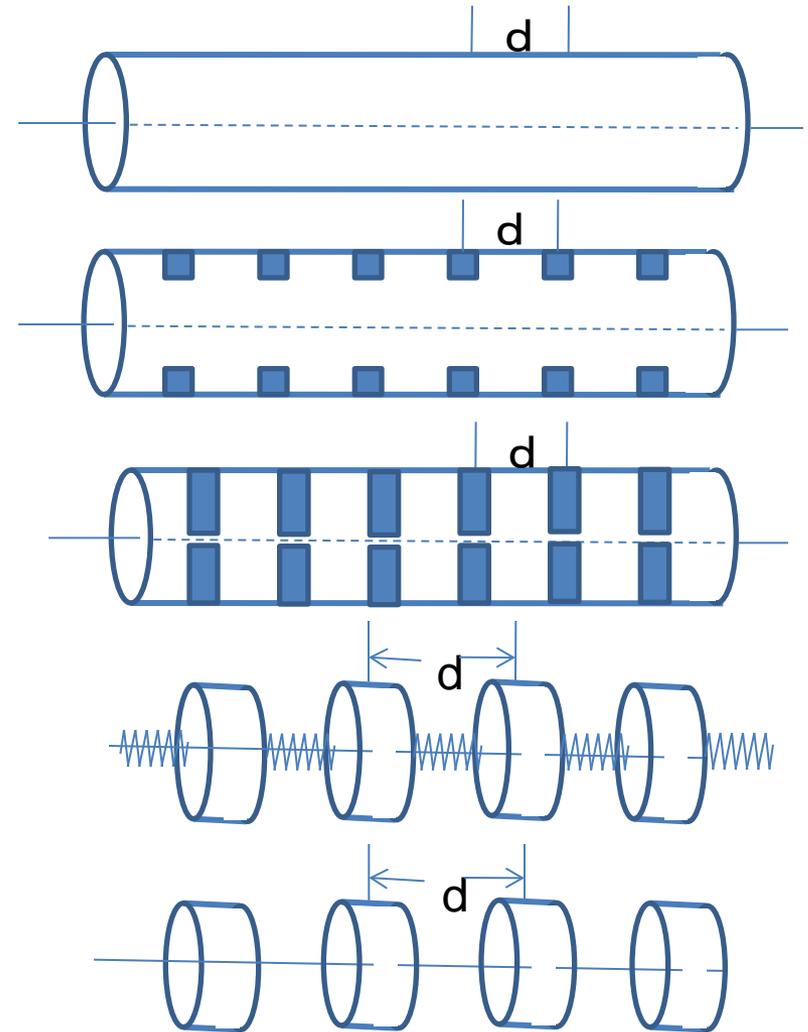
If the perturbation becomes large, reflection from the obstacle is so large that each cell becomes almost isolated cavity.

Power propagation only through a very small aperture.

In this extreme, the system can better be analyzed by a weakly coupled cavity chain model.

Now let us start from isolated cavities.

伝送ラインの逆、孤立空洞に再度戻って考えてみる

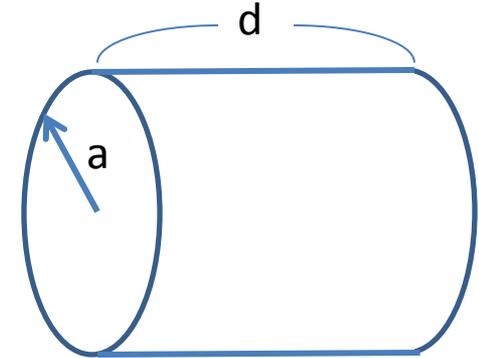


孤立空洞例 円筒空洞 (ピルボックス)

In a **cylindrical waveguide**, two propagation modes exist;

$$e^{i(\omega t - \beta)z} \quad \text{and} \quad e^{i(\omega t + \beta)z}$$

Forward wave and Backward wave

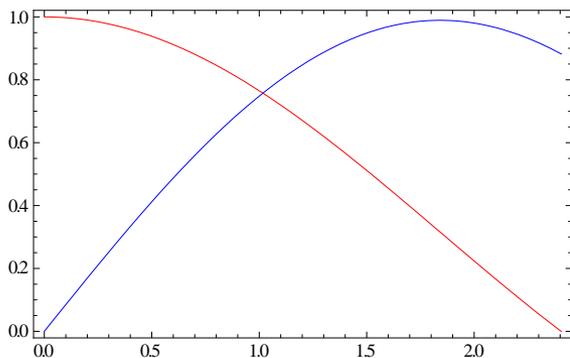


For satisfying the boundary condition at both end plates, the solution with the superposition of these two counter-propagating modes in proper phase and amplitude becomes **SW in a pillbox cavity.**

| | | | |
|--|-----------------------|--------------------------|-------------------------|
| $E_r = -\frac{\beta_z}{K_c}$ | $\text{Cos}(m\theta)$ | $J'_m(K_c r)$ | $\text{Sin}(\beta_z z)$ |
| $E_\theta = \frac{m\beta_z}{K_c^2}$ | $\text{Sin}(m\theta)$ | $\frac{1}{r} J_m(K_c r)$ | $\text{Sin}(\beta_z z)$ |
| $E_z =$ | $\text{Cos}(m\theta)$ | $J_m(K_c r)$ | $\text{Cos}(\beta_z z)$ |
| $H_r = -j \frac{m\omega\epsilon}{K_c^2}$ | $\text{Sin}(m\theta)$ | $\frac{1}{r} J_m(K_c r)$ | $\text{Cos}(\beta_z z)$ |
| $H_\theta = -j \frac{\omega\epsilon}{K_c}$ | $\text{Cos}(m\theta)$ | $J'_m(K_c r)$ | $\text{Cos}(\beta_z z)$ |
| $H_z = 0$ | | | |
| where $K_c = \rho_{mn} / a, \quad \beta_z = l \pi / d$ | | | |

断面内での電磁場分布

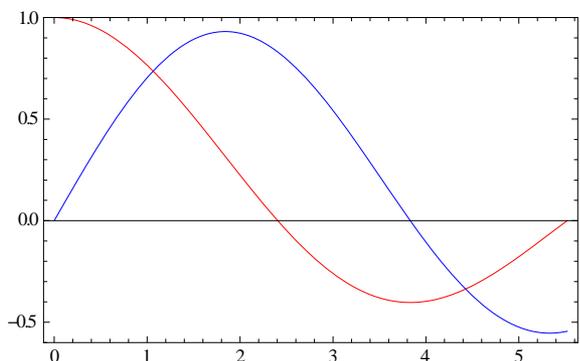
円筒導波管の境界条件を満たすための ベッセル関数形解



TM01
Ez and Hr

Acceleration

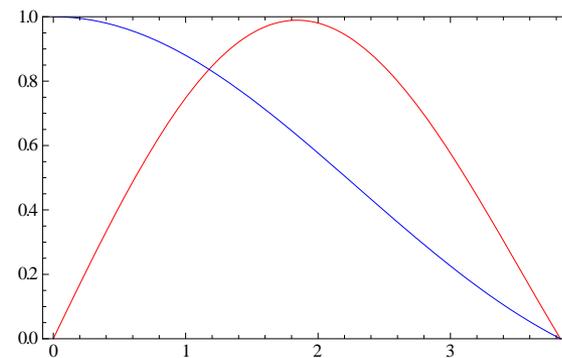
Max at center and 0 at $r=a$



TM02
Ez and Hr

Acceleration

More energy storage for
a given acceleration

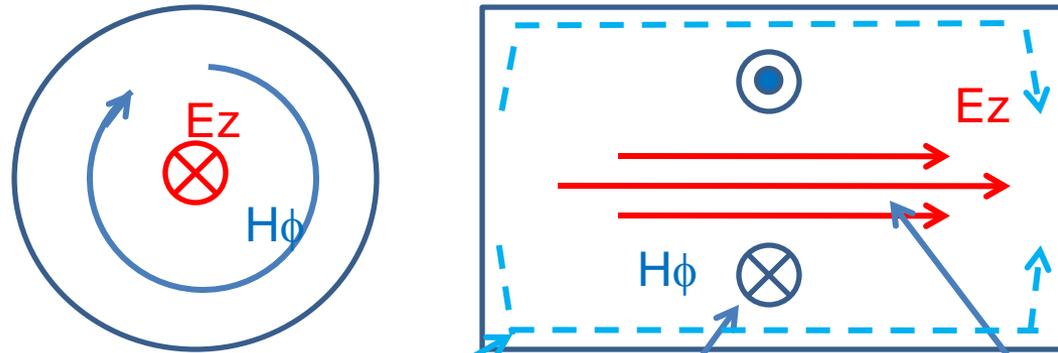


TM11
Ez and Hr

Transverse kick
Two polarizations

Zero at center and linearly
increase as r increases.
Big kick at center H field.

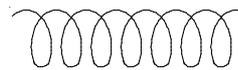
空洞の等価回路



Current flow
Power loss into wall
Resistive loss



Magnetic field
Inductive energy
storage

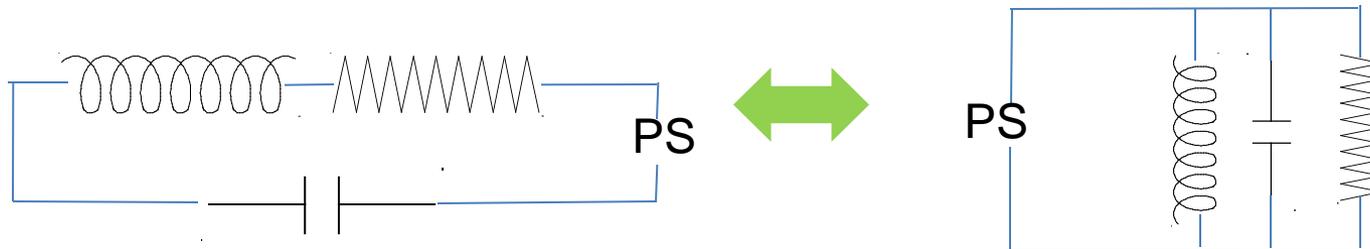


Electric field
Capacitive energy
storage



This system can intuitively be expressed with series resonant circuit in electric circuit

The differential equation is mathematically equivalent and the system can also be presented by parallel resonant circuit.



周波数制御

Resonant frequency in electric circuit

$$Freq = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

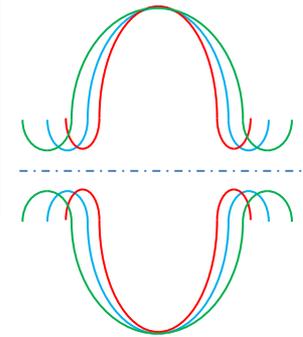
Cavity frequency can be tuned by changing L and/or C by perturbing magnetic field and/or electric field.

Slater's perturbation theory states;

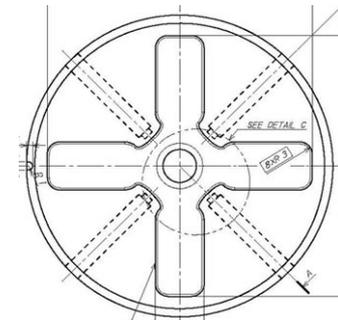
$$\frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega_0^2} = \int_{\delta V} (H^2 - E^2) dV$$

$$\int_{Cavity} H^2 dV \equiv 1, \quad \int_{Cavity} E^2 dV \equiv 1$$

Actual cavity tuning can be done by deforming cell shape, local dimple tuning, inserting rod, etc.



SCC cavity tuning
Blue nominal freq
Freq up green
Freq down red



Dimple tuning

可動、半可動チューナー プランジヤー挿入

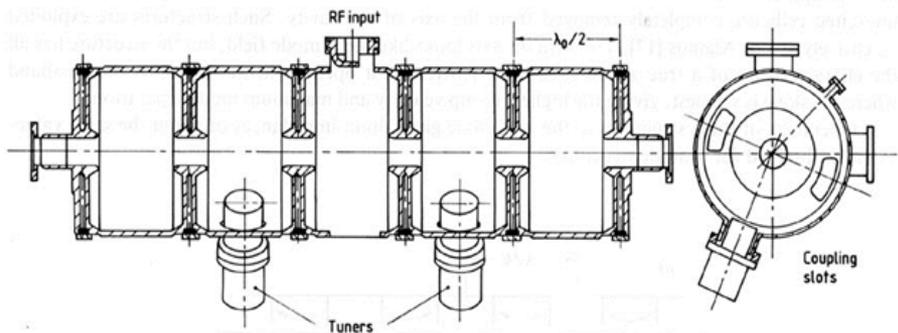
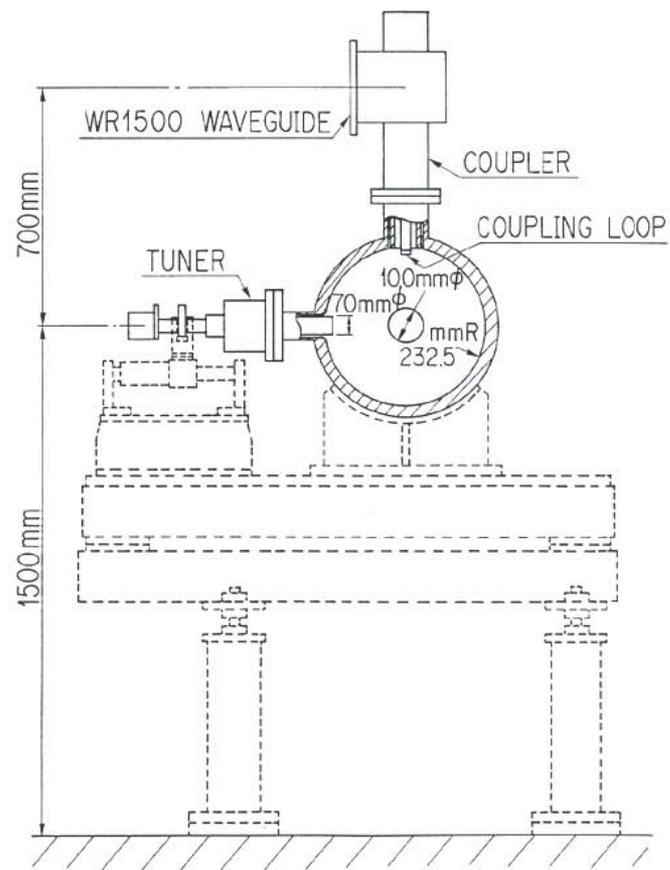
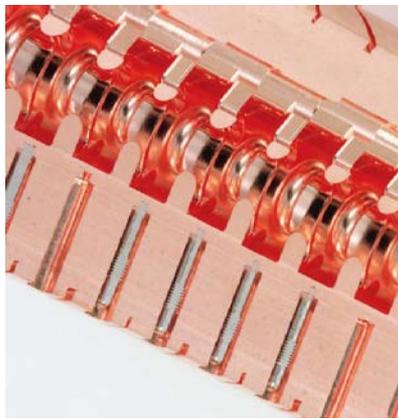


Fig. 25 The five-cell π -mode structure with magnetic coupling

LEP空洞例

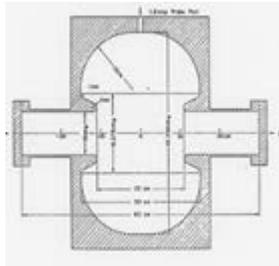
ディンプルチューニング
ピンの押し引きで
空洞内面の塑性変形



APS チューナー

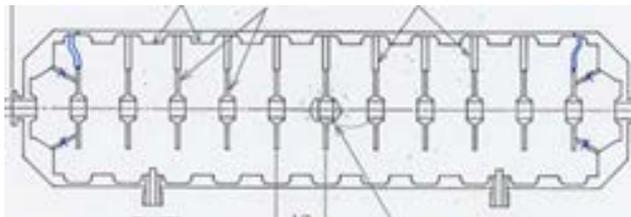
ここで再度多セル空洞の考察に

SW



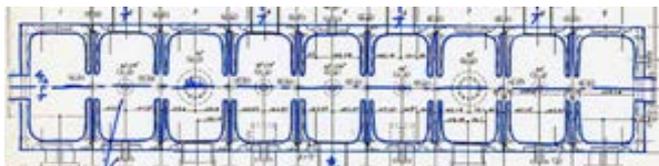
単セル

$k \sim 0$



$k \sim 10\%$

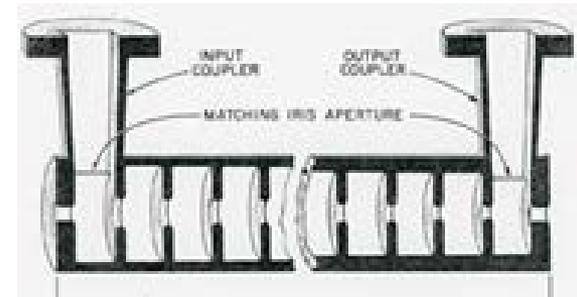
殆ど単空洞
多セル



$k \sim 2\%$

多セル連結
エネルギー相
互方向フローし
て安定化

TW

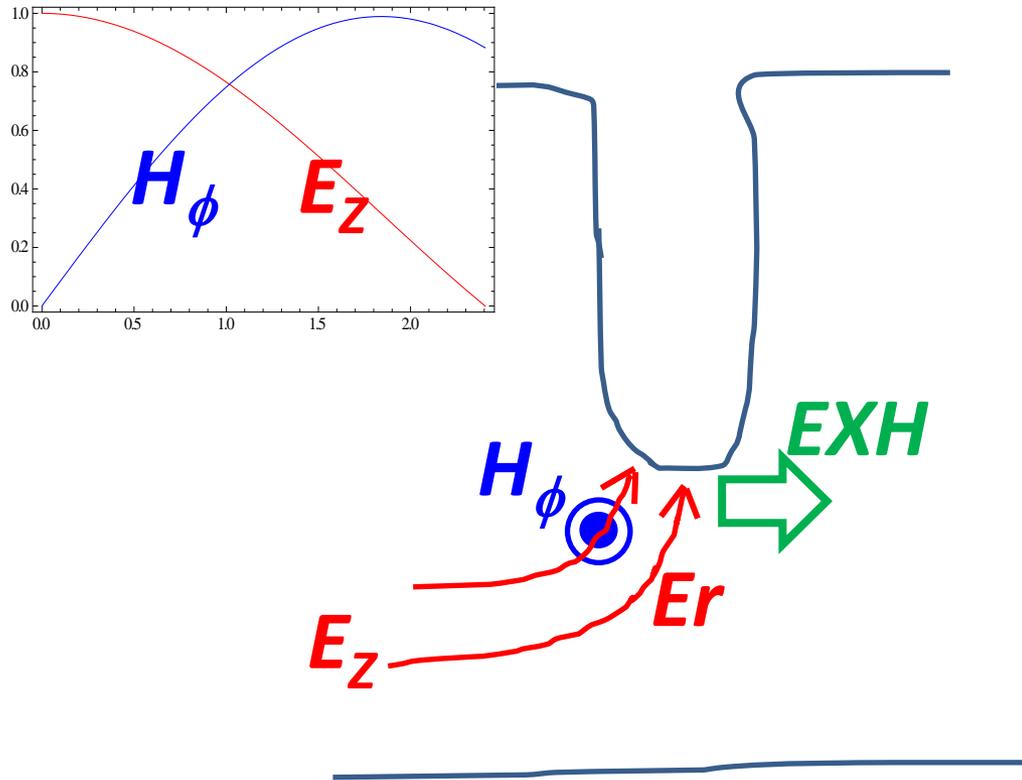


多セル連結 $k \sim 2\%$
エネルギー
一方向へのフロー

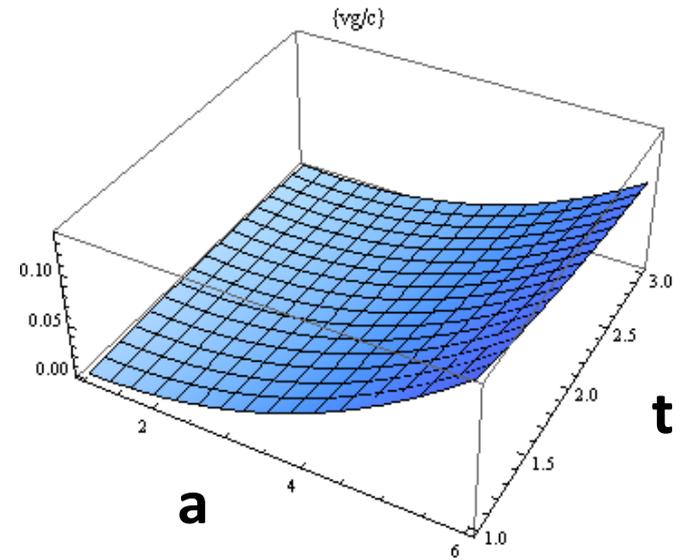
セル間の結合 Poynting vector $E \times H$

- エネルギーの流れ
 - 空洞内電磁場の安定性を支配
- 連結(カップリング)
 - セル間結合定数 k
 - 電磁気でのメカニズム $E \times H$
 - 空洞設計上の理由
 - 安定 → 多数セル可能 → 長い空洞 → 安価
 - 長さ調節可 → ビームへのエネルギー付与効率最適化

DLSでの結合定数



群速度 $v_g/c \sim$ 結合定数 k

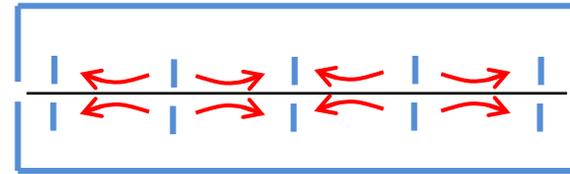
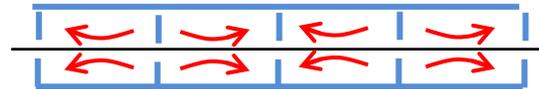


Cell 結合方式

- 内部連結

- DLS例 弱結合

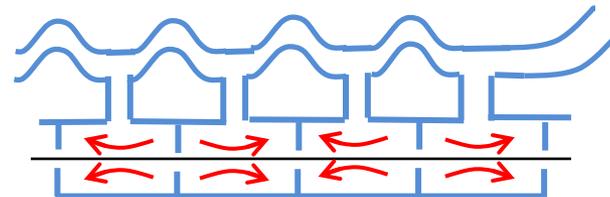
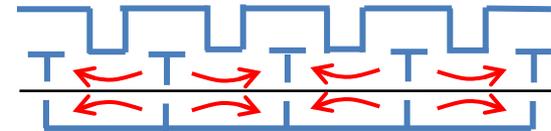
- DAW例 強結合



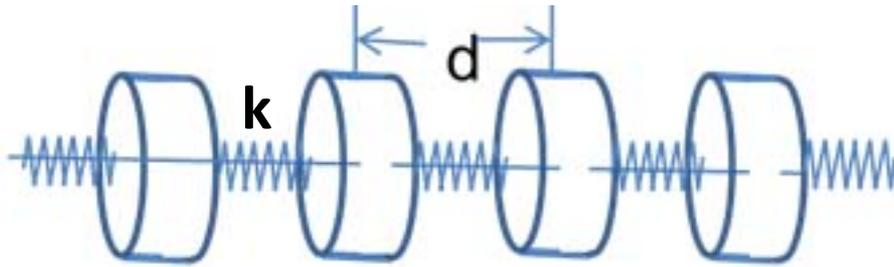
- 外部連結

- SCS例 結合セル

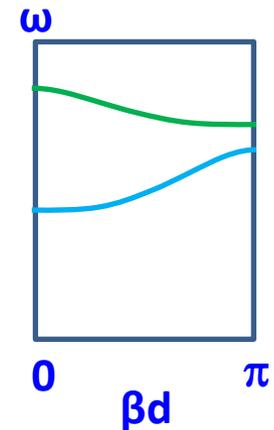
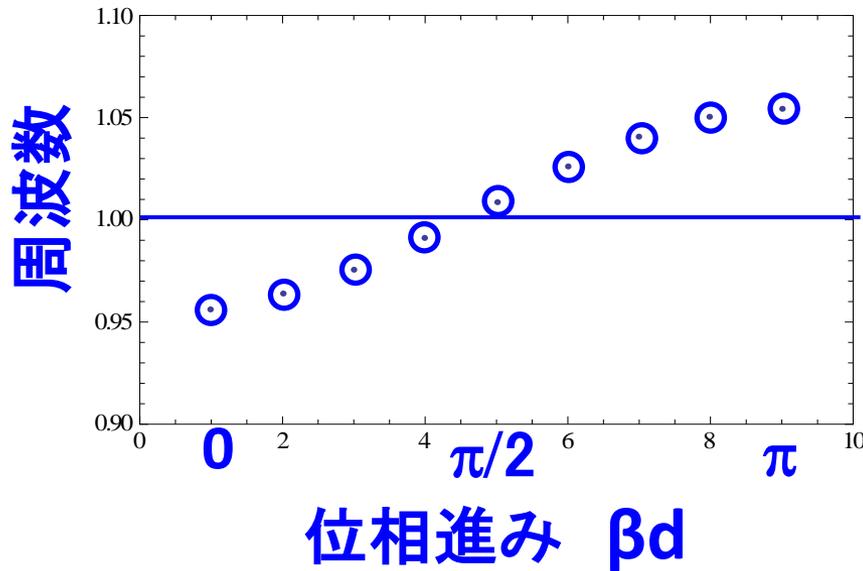
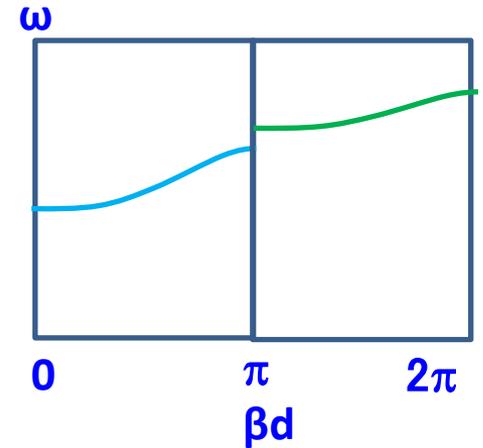
- パラレルフィード



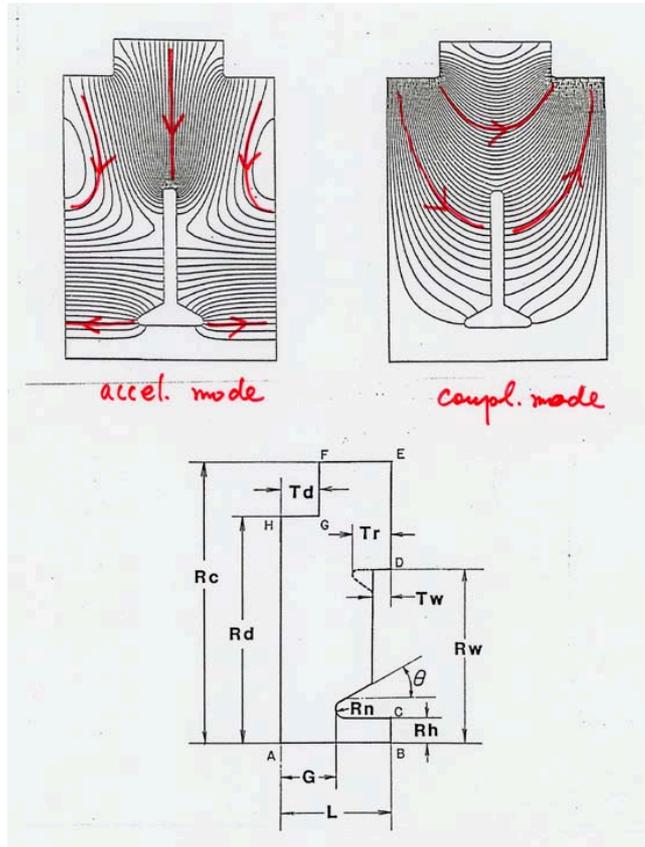
結合している多セル空洞の分散関係



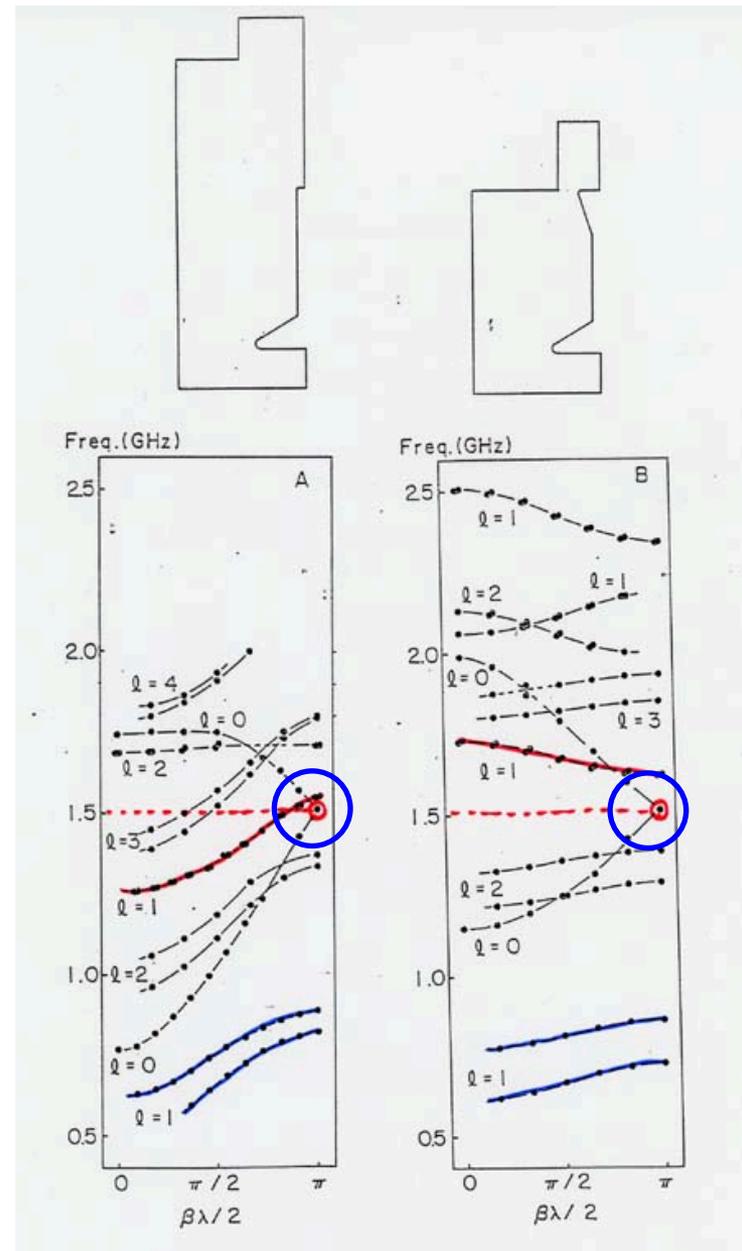
$$I_n = X_n \left(1 + \frac{\omega_0}{j\omega Q} - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \right) + \frac{k}{2} (X_{n-1} + X_{n+1})$$



分散特性



周波数合わせ
 加速モード&結合モード
 →群速度確保→安定化

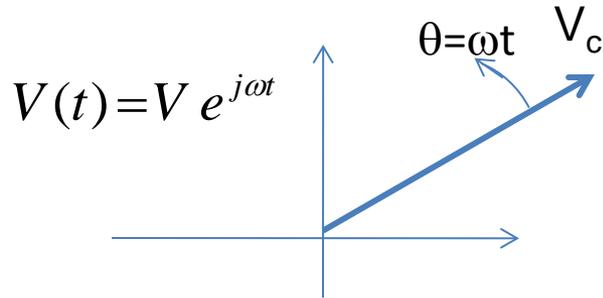


ビームローディング

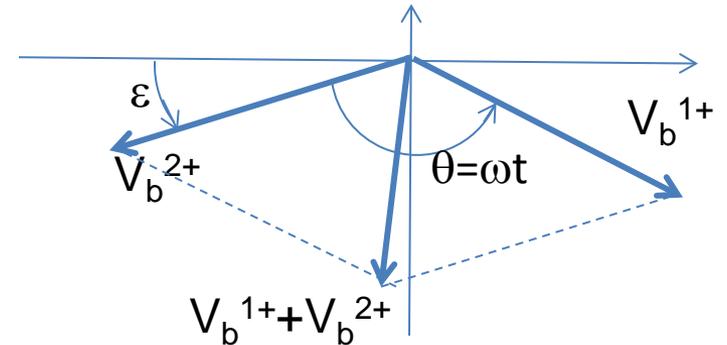
- 空洞の場の表現
 - 空洞のモード展開
 - 各モードの複素係数 → Phaser (フェーザー)
- ビームローディングの基本定理
 - エネルギー保存 + 因果律 (Causality) →
 - 空の空洞にバンチが通過するとエネルギーを落とす

ビームローディングの基本定理 (1/2)

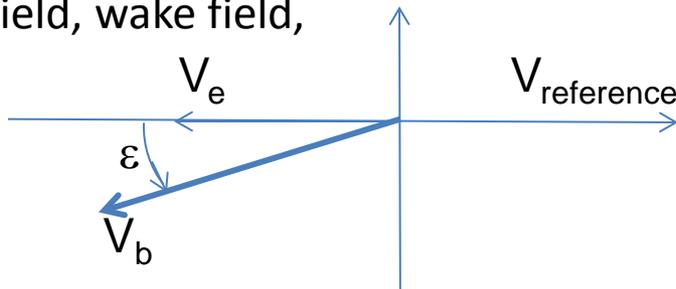
0: Assume a cavity field in phasor diagram with one dominant mode



2: When the second bunch comes in, superposition applies;



1: Point particle passed an empty cavity, leaving a field, wake field,



$$\Delta E_{1+} = qV_e = qfV_b \quad \text{Beam energy loss}$$

$$U_{1+} = \alpha V_b^2 \quad \text{Cavity stored energy}$$

$$V_{b1+} = V_b e^{j\theta}$$

$$U_{2+} = \alpha (V_{b1+} e^{j\theta} + V_{b2+})^2 \\ = 2\alpha V_b^2 (1 + \cos\theta)$$

ビームローディングの基本定理 続き(2/2)

While loss of the second bunch;

$$\Delta E_{2+} = qV_e + qV_b \cos(\varepsilon + \theta)$$

Since particle energy loss = cavity stored energy;

$$\Delta E_{1+} + \Delta E_{2+} = U_{2+}$$

Therefore,

$$2(qf - \alpha V_b) + (q \cos \varepsilon - 2\alpha V_b) \cos \theta - q \sin \varepsilon \cos \theta = 0$$

This should always true for any θ , then

$$\therefore \varepsilon = 0, \quad V_b = \frac{q}{2\alpha}, \quad f = \frac{1}{2}$$

When a bunch passes a cavity,

it excites the cavity with the field in a decelerating direction,
or it remains a deceleration wake field in the cavity.

The bunch feels half of this excited field.

減速フィールド TW加速管 究極：フルローディング運転の場合

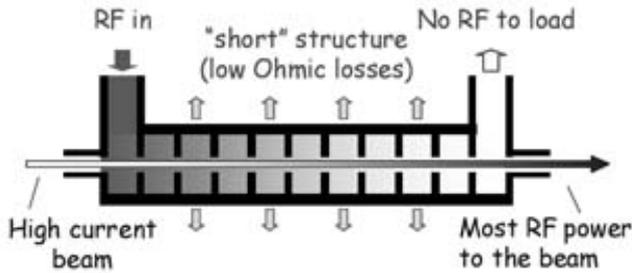


Figure 1: Principle of full loaded acceleration: a high-current long beam pulse extracts most of the RF power from a short travelling wave structure.

R. Corsini, EPAC2004

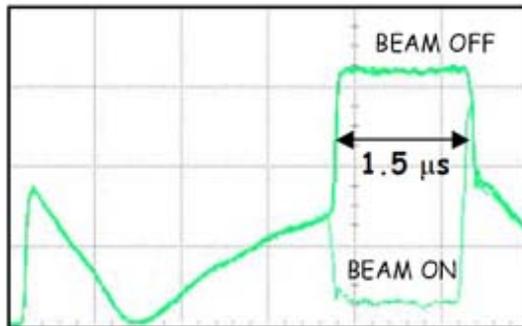


Figure 4: Scope trace showing the RF pulse at the output coupler of a structure. When the beam is on, it extracts more than 90 % of the energy contained in the useful part of the RF pulse (1.5 μ s). Virtually no power goes to the load.

R. Corsini, EPAC2004

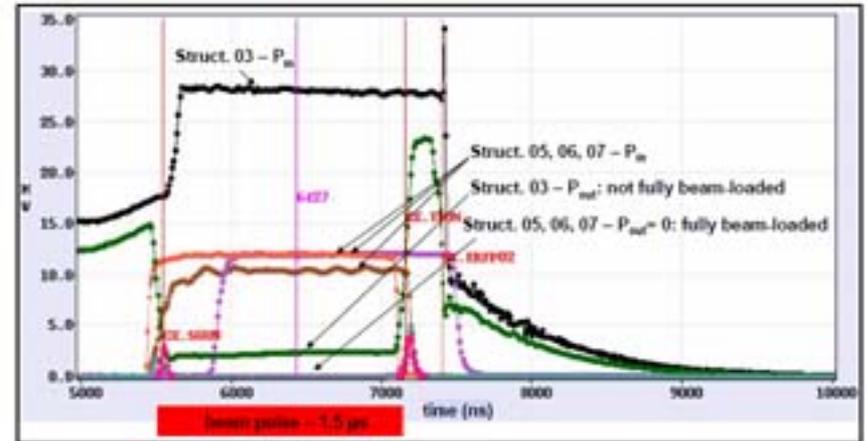
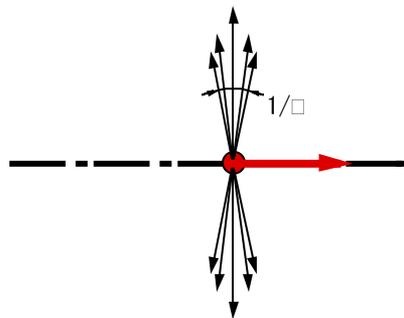


Figure 5: RF power levels at the structure input and output for always one accelerating structure per module as a function of time.

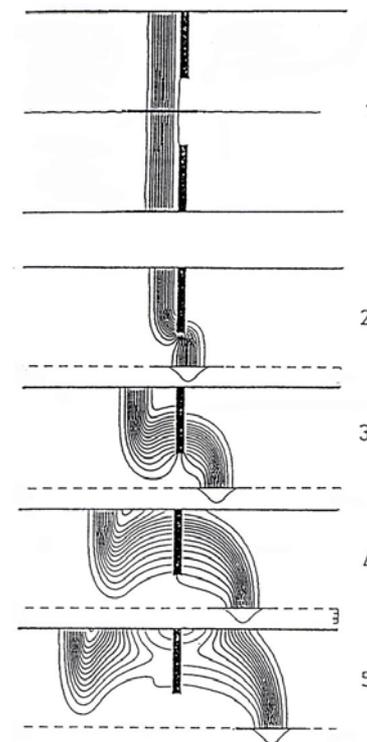
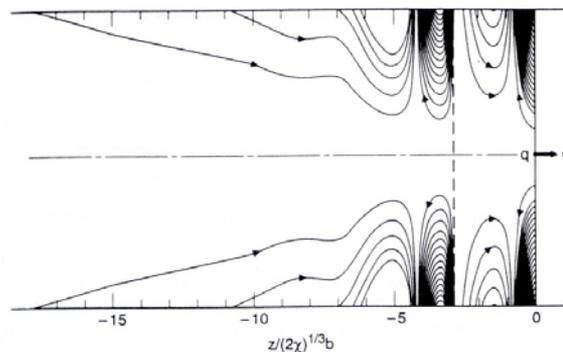
P. Urshutz, CTF3, LINAC2006

外場として供給するエネルギーは、表皮ロス以外は全てビームに供給することが可能。

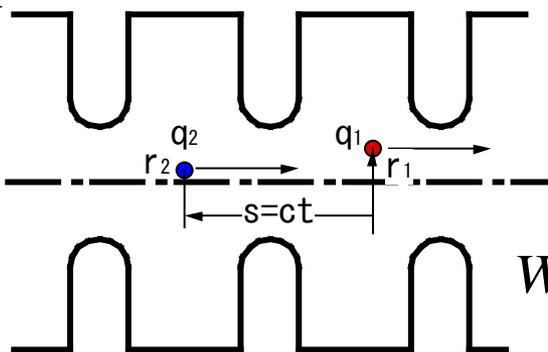
航跡場： 相対論的粒子によるウェーク



Lorentz contracted field
In free space



ウェーク場の定式化



後続粒子の受ける
キック量

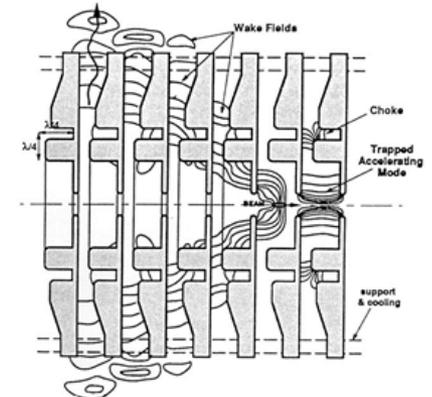
$$W(r_1, s) = \frac{1}{q_1} \int_{-\infty}^{\infty} dz \left[E(r_1, z, t) + c \vec{z} \times B(r_1, z, t) \right]_{t=(s+z)/c}$$

$$\Delta p = q_1 q_2 W(s)$$

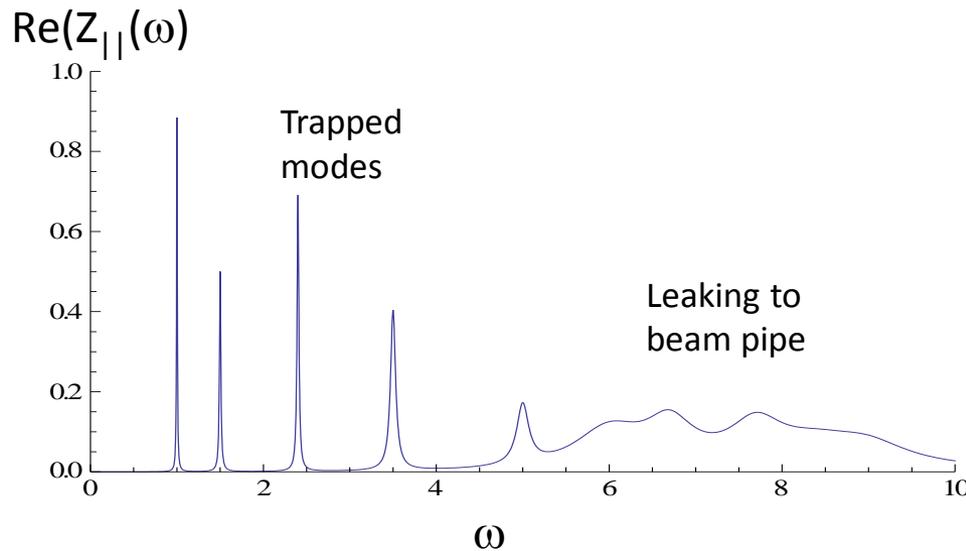
ウェーク ↔ 構造物のもつインピーダンス

$$Z_L(x, y, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} d\left(\frac{s}{c}\right) W_L(x, y, s) e^{-j\omega \frac{s}{c}}$$

$$W_L(s) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \{ \text{Re}\{Z_L(\omega)\} \} \text{Cos}\left(\omega \frac{s}{c}\right)$$



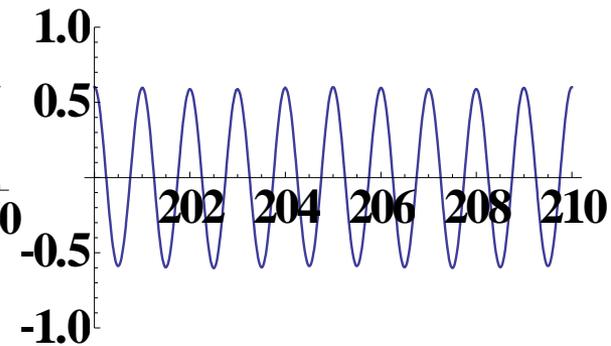
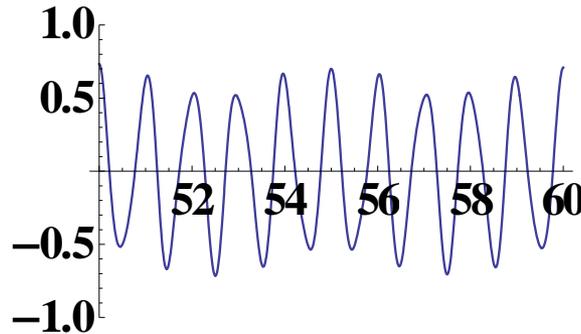
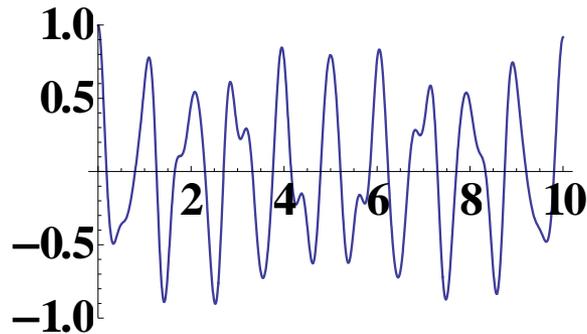
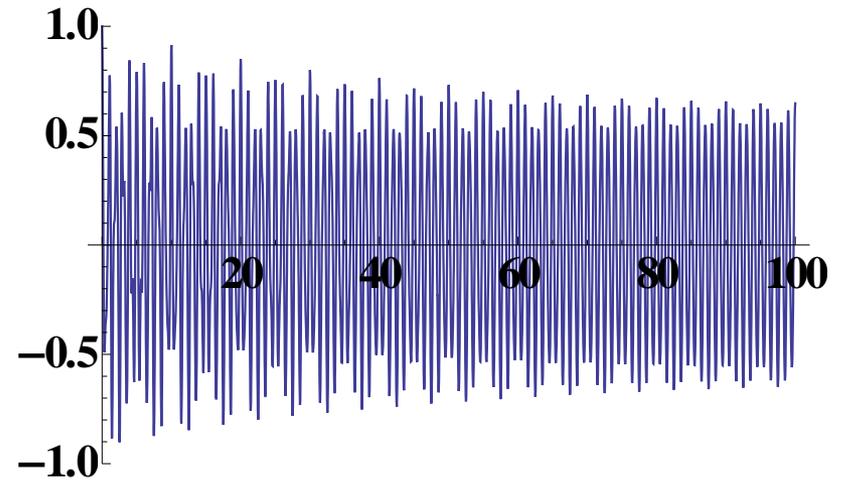
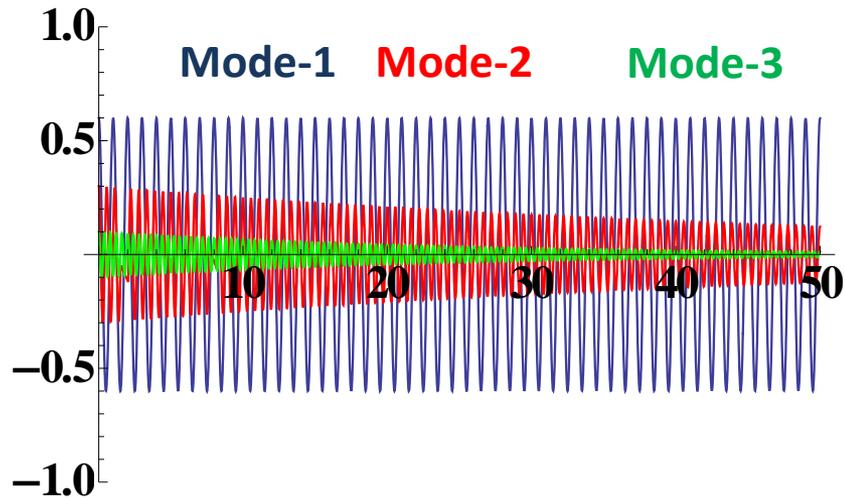
新竹 in many papers
減衰、トラップ



空洞の共振
→モード
→共鳴の性質

$$Z_L(\omega) = \frac{R}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

励起モード 減衰 主モード



Longitudinal wake function in DLS

Summation of resonant modes up to a certain frequency,

$$W_L^\delta(s) = \sum_{n=0}^N 2k_n \text{Cos}(\omega_n \frac{s}{c})$$

Higher than the frequency, and in high energy limit $\gamma \gg \omega a/c$, optical resonator model predicts

$$\frac{dk}{d\omega} = \frac{A_0}{\omega^{3/2}}, \quad -> W_a(\tau) = 2 A_0 \int_{\omega_m}^{\infty} \frac{\text{Cos}(\omega\tau)}{\omega^{3/2}} d\omega$$

Total wake field calculated for the SLAC disk loaded structure became as shown in right figure (P. Wilson Lecture)

Fundamental mode dominates for long-range wake, with some high Q modes superposed.

Much higher than 400th mode contributes in very short range wake field.

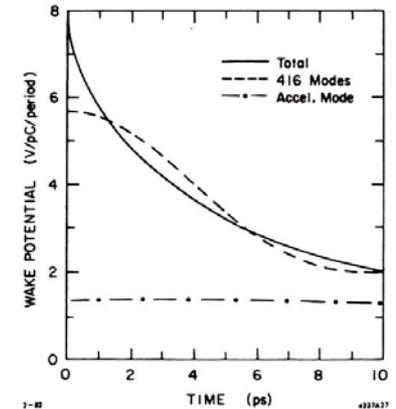


Fig. 9.3. Longitudinal wake per cell for the SLAC disk-loaded structure (0-10 ps). Cell length = 3.5 cm; beam aperture radius = 1.163 cm.

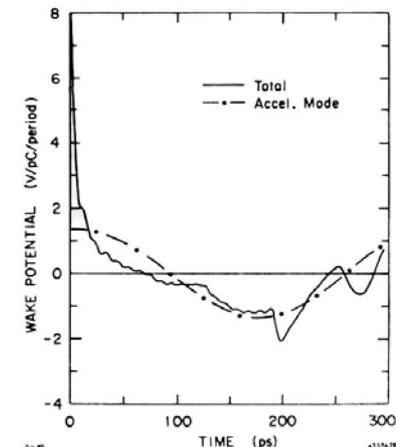


Fig. 9.4. Longitudinal wake per cell for the SLAC disk-loaded structure (0-300 ps).

Transverse wake function in DLS

We follow a paper* by Zotter and Bane on transverse wake field calculation on disk-loaded structure.

Synchronous space harmonic component of the n-th TW mode, axial electric field is expressed as

$$E_{zn} = E_{0n} \left(\frac{r}{a}\right)^m \text{Cos}(m\phi) \text{Cos}\{\omega_n (t - z/c)\}$$

Where E_{0n} is the field at $r=a$, iris opening radius. Loss parameter is

$$k_n \equiv \frac{E_{0n}^2}{4u_n}, \quad \text{and} \quad u_n = k_n \left(\frac{r_q}{a}\right)^{2m} q^2 \quad \therefore E_{0n} = -2 \left(\frac{r_q}{a}\right)^m k_n q$$

r_q is drive bunch position

Summation gives total from resonant-like modes,

$$W_T(\tau) = 2 \left(\frac{r_q}{a}\right) \sum_n \left(\frac{k_n c}{\omega_n a}\right) \text{Sin}(\omega_n \tau)$$

Over maximum frequency ω_m , integration gives wake field using

$$\frac{dk}{d\omega} = \frac{A_1}{\omega^{3/2}}$$

* B. Zotter and K. Bane, "Transverse Resonances of Periodically widened Cylindrical Tube with Circular Crosssection", PEP-Note-308, SLAC, 1979.

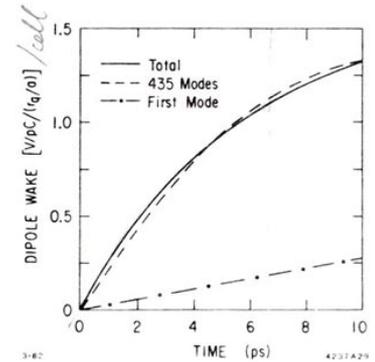


Fig. 9.5. Dipole wake per cell for the SLAC disk-loaded struc-

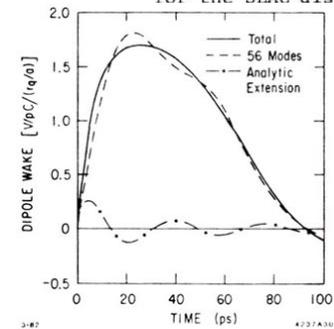


Fig. 9.6. Dipole wake per cell for the SLAC disk-loaded structure (0-100 ps).

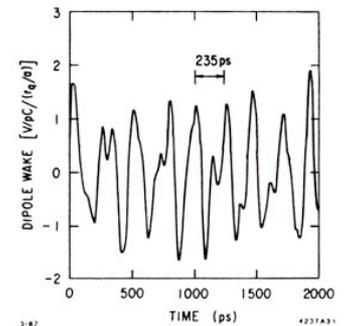


Fig. 9.7. Dipole wake per cell for the SLAC disk-loaded structure (0-2000 ps).

計算の今昔

紙と鉛筆と試験空洞の時代



2D計算と等価回路網で精度充分な時代



3D形状、ビームまで計算し一発実機の時代

ではあるが……要注意！

依然モデル化に仮定が必要
そのために物理的センスが必須
簡単な描像を描くこと
手計算でざっとあたること

空洞計算 シミュレーション

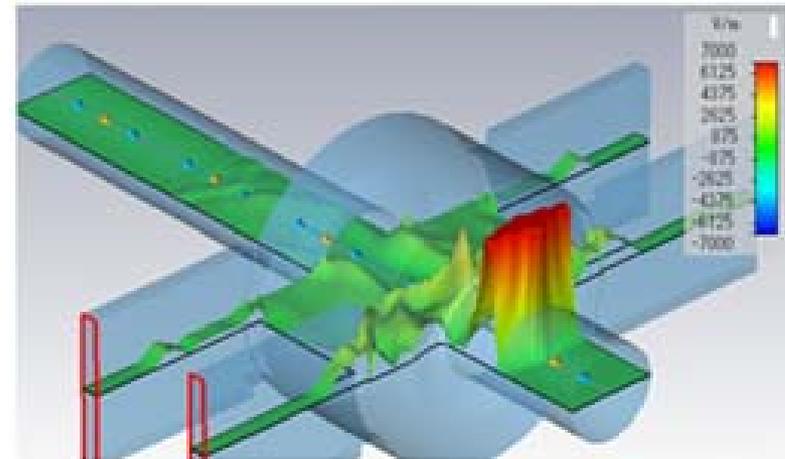
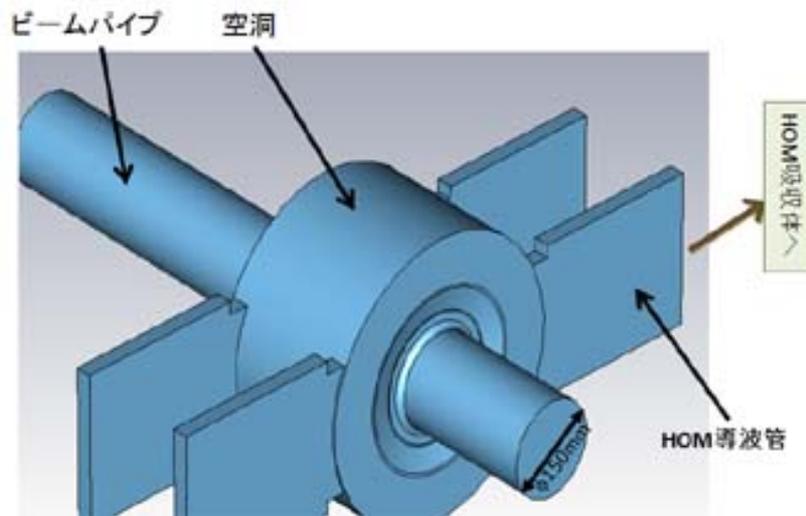
- 2D 精度 $<10^{-7}$ 必要以上可能、PC
 - Mode matching
 - SUPERFISH LANL Free
 - SLANS
 -
- 3D 全システムまで計算、PC群
 - HFSS 売り物
 - CST 売り物
 - ACE3P SLAC & SciDAC
 - 売り物も多数
 -

入力カプラーのマッチング計算

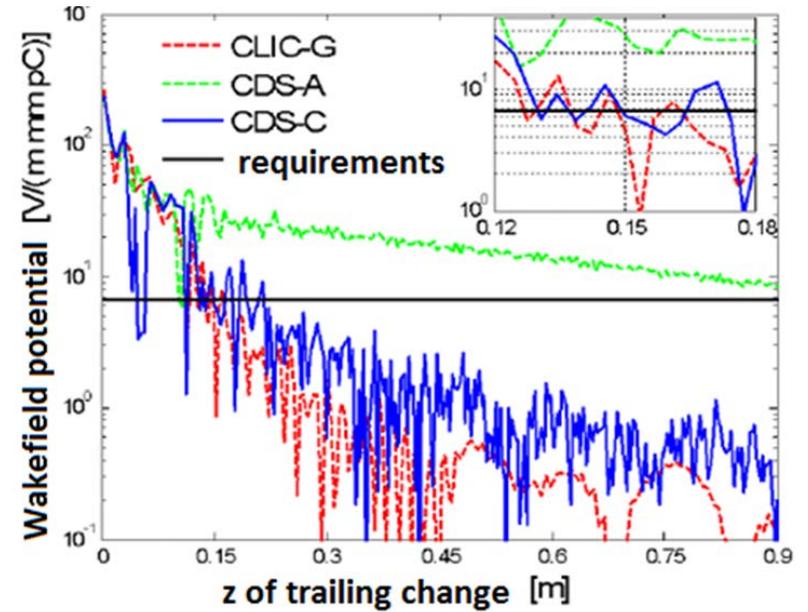
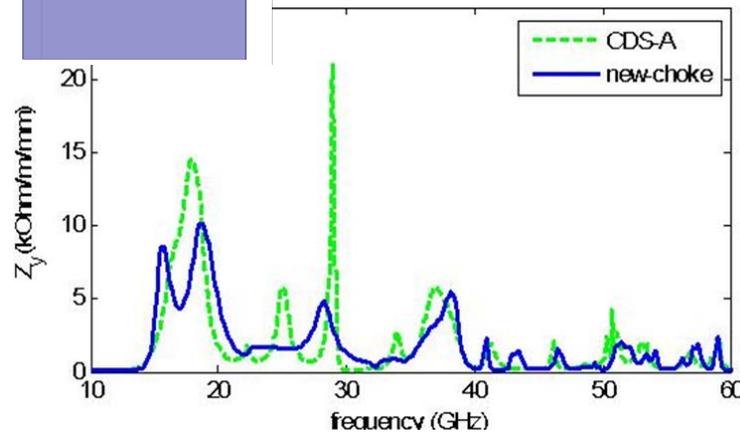
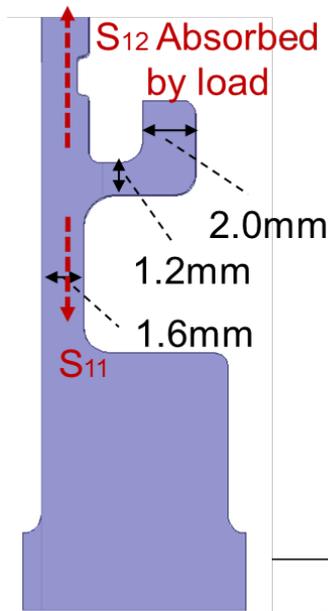
- 昔: 実験的
 - Vg マッチ エネルギー
 - 等価回路
 - Khyll 法 (等価回路)
- 今: 3D 計算
 - シミュレーション
 - → 精密加工組立

ウェーク場の時間ドメイン3Dシミュレーション例

HOM減衰構造を備えた空洞



ウェーク場の3D計算 時間ドメイン



されど 等価回路

HOM減衰用マニフォールド付き 弱減衰構造206セル周波数分散加速管

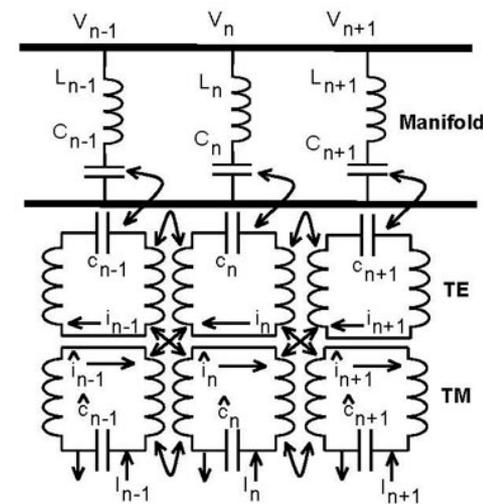
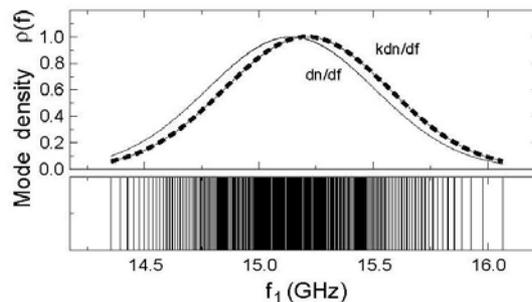
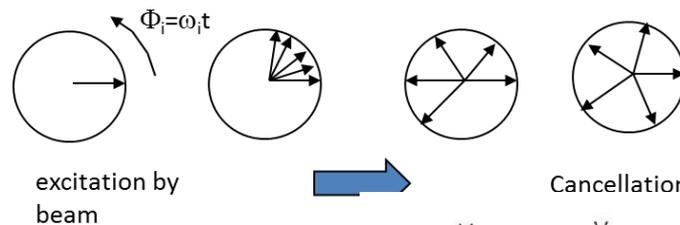
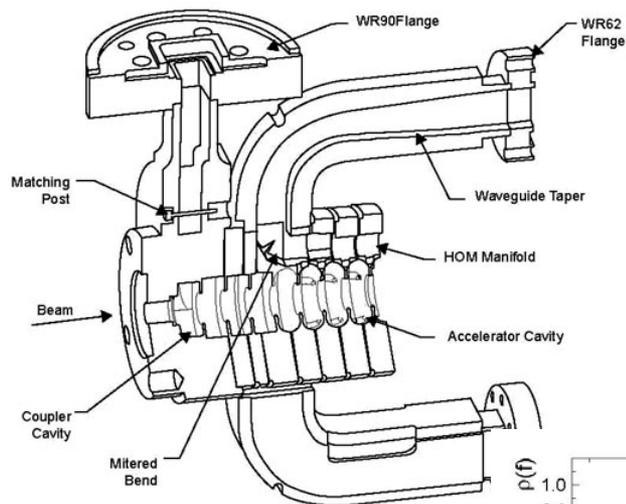


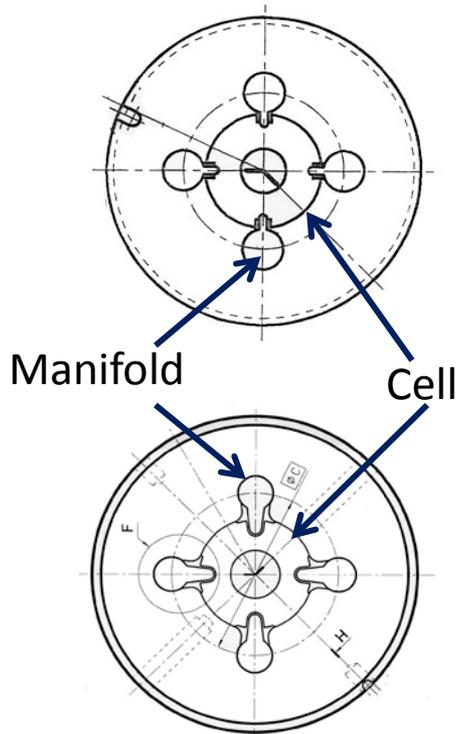
Figure 7.4: Circuit model for DDS structures.

離散周波数 & 弱減衰を取り込んだ等価回路

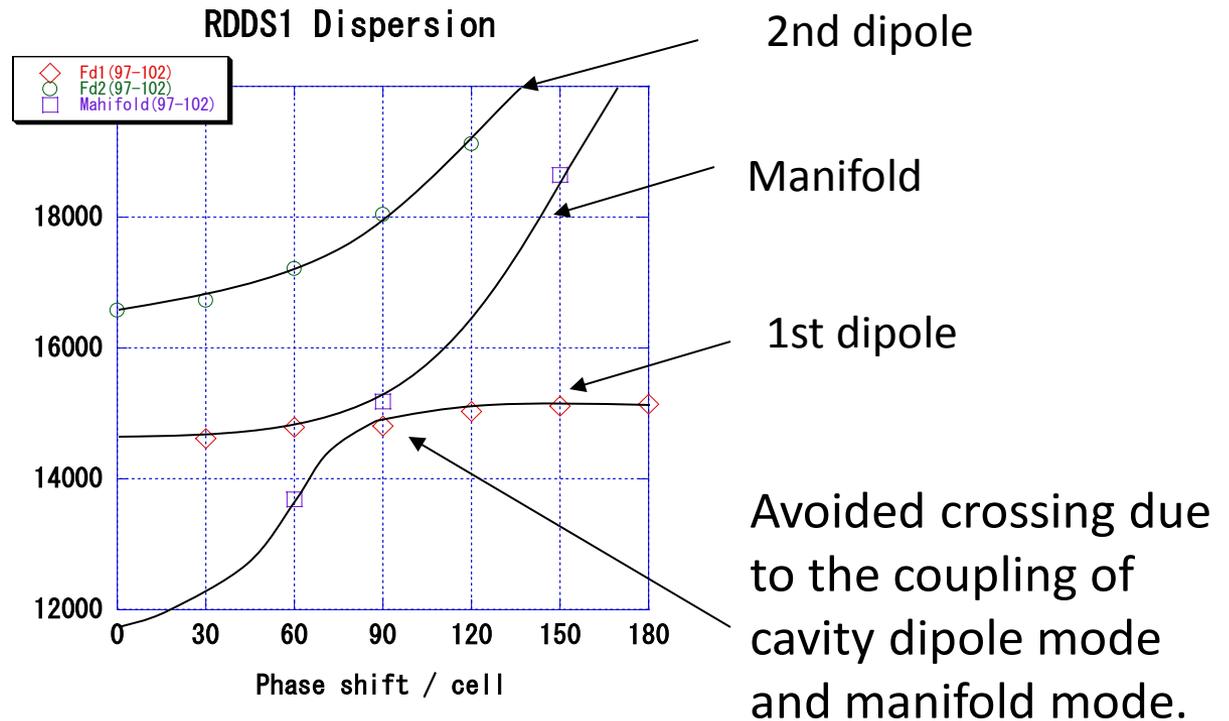
物理的な理解

周波数ドメイン 分散特性

第1、2横モードとマニフォールドの結合

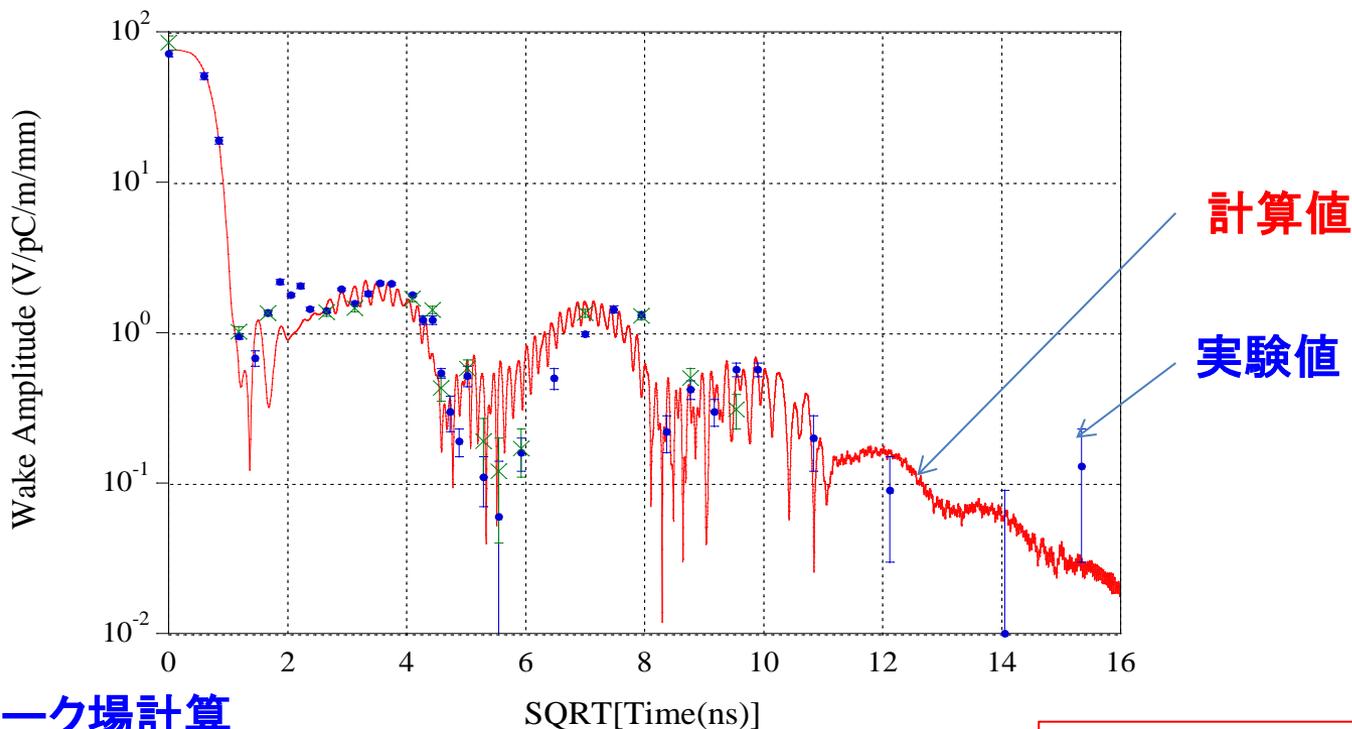


Example cell shape



等価回路計算の威力

RDSS1 Wake Data ($W_x = \times$, $W_y = \bullet$) and Prediction (Line)



長時間ウェーク場計算

18GHz × 16ns ~ 300サイクルにわたって

弱減衰効果と周波数離散によるキャンセレーションを

1台のPCで高精度で計算可能

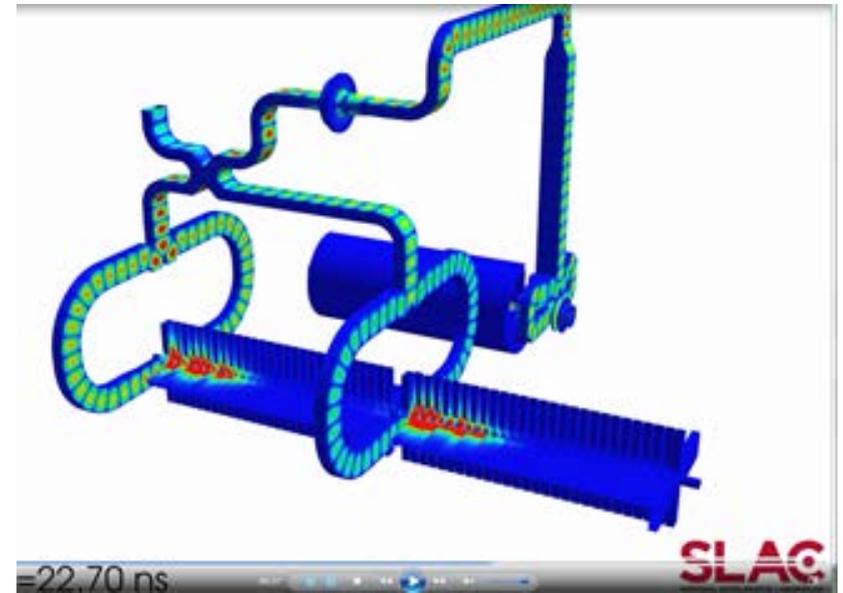
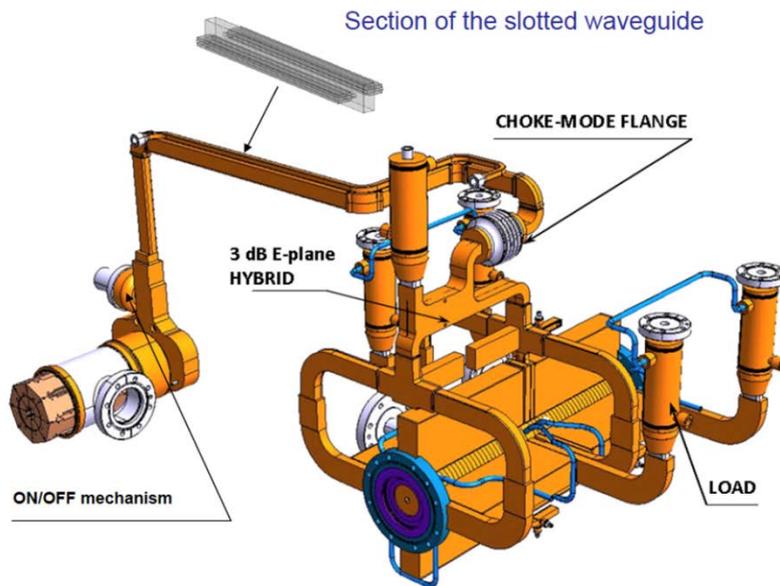
セル特性

電磁界計算コード

全システム

等価回路計算

CLIC 2mモジュール シミュレーション



ドライブビーム → RF → 輸送 → 加速管 → 主ビーム

参考文献

- OHO 講義ノート,
<http://accwww2.kek.jp/oho/index.html>
- P. B. Wilson, “High Energy Electron Linacs: Application to Storage Ring RF System and Linear Colliders”, SLAC-PUB-2884, (1982)
- J. C. Slater, “Microwave Electronics”, March 1950
- E. A. Knapp et al., “Standing Wave High Energy Linear Accelerator Structures”, RSI 39, (1968)
- 他多数

技術研修会1の終わりに

- 机上の議論、設計計算は終わりにして、次は現実の世界に飛び込んだ気になろう！
- 試験機、量産機、どちらをとっても、設計時に想定できなかったこと、もしかして日和って曖昧にしていたこと、が吹き出さないはずが無い。
- 現実化を体系化し、失敗を体系化するのが老人達の役目。その一端を担うための端緒になるよう、恥ずかしながら次の講義に続けます。