

3次元らせん軌道ビーム入射のための X-Yカップリングの大きいビームの調整・輸送ラインの設計 DESIGN OF A STRONGLY X-Y COUPLED BEAM TRANSPORT LINE FOR A SPIRAL INJECTION

飯沼裕美^{#,A)}, 佐々木憲一^{A)}, 中山久義^{A)} 三部勉^{A)}, 阿部充志^{B)}
Hiromi Inuma^{#,A)}, Ken'ichi Sasaki^{A)}, Hisayoshi Nakayama^{A)}, Tsutomu Mibe^{A)}, Mitsushi Abe^{B)}
^{A)} KEK
^{B)} Hitachi Research Laboratory

Abstract

A new experiment for very precise measurements of muon anomalous magnetic moment ($g-2$) and electron dipole moment (EDM) is planned at J-PARC. One of new technologies is the 3-dimensional spiral beam injection to the compact storage ring with strongly X-Y coupled beam. We give a brief introduction of beam transport line between LINAC which applies proper X-Y correlation to the beam, and discuss how we decide the X-Y coupling parameters as well. A plan of test beam line to prove feasibility of 3-dimensional spiral beam injection is also shown.

1. はじめに

ミュオン異常磁気モーメントと電気双極子の超精密測定を、全く新しい手法を用いて行う実験が J-PARC で計画されている。[1] MLF の大強度ミュオン源からのミュオンを LINAC で 300MeV/c まで加速したミュオンビームを作り、中心磁場 3T、半径 33.3cm の円軌道に蓄積する。そして、ミュオンスピン歳差運動の角速度を 0.1ppm のオーダーで精密測定する。半径 33.3cm の蓄積リングは一体型のソレノイド磁石を採用し、フリッジ部から 3次元らせん軌道入射を行う。[2] 回転対称な磁場へ入射するために、ビームには水平方向・垂直方向に強いカップリング (X-Y カップリング) を与える必要がある。このため、LINAC 出口から、ソレノイド磁石までの輸送区間に回転 4 極磁石を複数個含む輸送ラインを設計した。本発表では、輸送ラインの詳細、及び、LINAC 出口から輸送ラインを通り小型蓄積リングにビームを入射するまでの一連のシミュレーション結果を紹介する。また、本番用ビームライン建設に先立ち、3次元らせん軌道入射の実証実験用のテストビームラインを構築するので、その準備状況も報告する。

2. 輸送ラインの設計

2.1 現行設計の輸送ラインの紹介

LINAC 出口から蓄積磁石までの輸送ラインを図 1 に示す。輸送ラインの全長は 8.8m であり、3つの領域から成る：(a) 2つの垂直ベンド磁石に挟まれた3つのノーマル 4 極磁石から成る区間と、(b) 8つの回転 4 極磁石から成る区間、および、(c) 3.5m の自由空間の区間である。各々の説明を以下にする。

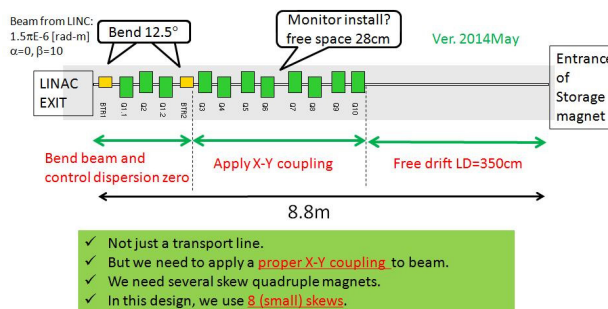


Figure 1: Outline of beam transport line.

- ビーム軌道を鉛直方向(y 方向) に曲げて 25° の入射角をつけるため、二つの垂直ベンド磁石を設置する。その間に 3つのノーマル 4 極磁石(Q1.1, Q2, Q1.2; Q1.1 と Q1.2 は同じ種類の 4 極磁石) を置く。これにより y 成分のエネルギー分散(η_y)をゼロにする。
- ビームに X-Y カップリングを与えるために、この区間では、Q3~Q10 の 8つの回転 4 極磁石を使い、ビームに適切な X-Y カップリングを与える。適切な X-Y カップリングの決定には後述するように 8つのフリーパラメータがあるので、現行設計では最低 8つの回転 4 極磁石を用いることにしている。
- 図 4 に示すように、蓄積磁石は、室温管理された恒温室のなかに設置する予定である。恒温室の壁から入射口までの 3.5m 間はビームパイプと真空関連機器以外の機器の設置を避け、自由空間とする。

表 1 に、LINAC 出口のビームパラメータを示す。

[#]hiromi@post.kek.jp

Table 1: Document Layout

| | |
|------------------|--|
| emittance | $1.5\pi \times 10^{-6}$ [rad-m] |
| Twiss parameters | $\alpha_x=0, \beta_x=10, \alpha_y=0, \beta_y=10$ |
| X-Y coupling | None ($R_1=R_2=R_3=R_4=0$) |

図 2 に輸送ラインの出口付近・蓄積磁石の配置のイメージを示す。ビームラインは地上に、蓄積磁石は半地下に設置する予定である。

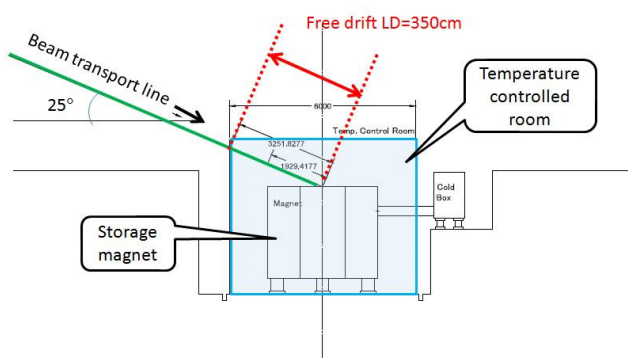


Figure 2: Schematic view of transport line (part) and the storage magnet.

この輸送ラインの入り口(LINAC 出口)と、入輸送ライン出口(蓄積磁石入射口)の 2 点におけるビーム形状を図 3 示す。

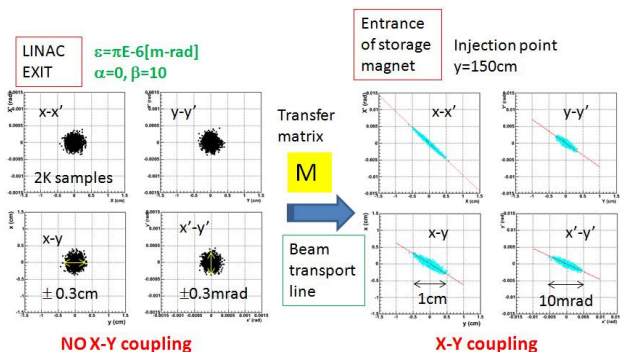


Figure 3: Expected phase space of beam at the entrance and the exit of beam transport line. (2000 samples)

LINAC 出口では、図 3 左側の $x-x'$, $y-y'$ の形状に相関がない。これは、LINAC 出口では、表 1 で示すように、Twiss parameter α 値は x 成分、 y 成分共にゼロであることに相当する。また、 $x-y$ の相関はなく、 β 値は共に 10 なのでビーム断面形状は $x-y$ 方向で対称形である。一方、図 3 右側に示す輸送区間の出口のビーム形状を見ると、 $x-x'$, $y-y'$, $x-y$, および $x'-y'$ の全てに相関がある。図の赤い直線は、蓄積磁石のソレノイド磁場への入射に適した相関を示している。輸送区間では、この赤い直線で示す相関を持つようにビームの調整を行う。理想的なビームを蓄積磁石

に入射した場合の 3 次元軌跡を図 4 に示す。図中に蓄積ソレノイド磁石の一部分も併せて示す。緑色部分はエンドヨーク、青色部分はリターンヨーク、赤色部分は超電導コイルである。

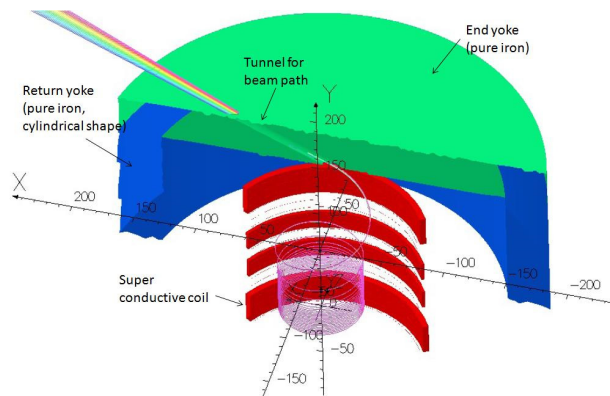


Figure 4: 3-D spiral injection with the storage magnet.

次節以降に、入射に適した相関パラメータ(図 3 右側の赤線の方向)の算出方法、輸送ラインの転送行列の算出方法、および、得られた転送行列を持つビームラインの設計手法を紹介する。

2.2 入射に適した相関パラメータの算出

はじめに、単粒子ミューオンの磁場中の運動について議論する。

2.2.1 軸対称な磁場の内部の単粒子運動

輸送区間の最後尾の自由空間を通過後、ビームは蓄積磁石のエンドヨークに開けられた穴(図 4 には tunnel と表示)を通過して蓄積磁石内部に入射される。蓄積磁石はソレノイド型の磁石であり、ソレノイド軸は鉛直方向にとり、図 4 の y 軸と一致する。磁場の空間分布は y 軸に対して回転対称である。蓄積磁石内部は、電場が存在しないので、以下の関係式が成り立つ。

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0, \nabla \times \vec{B} = 0 \quad (1)$$

速度 \vec{v} で運動する荷電粒子の運動方程式は、

$$\frac{m}{\sqrt{1-|\vec{v}|^2}} \frac{d^2}{dt^2} \vec{x} = q \vec{v} \times \vec{B} \quad (2)$$

である。 m はミュー粒子の静止質量、 q は素電化である。図 5 に 3 次元らせん軌道入射の例を示す。図 5 の右側の図は、ミュー粒子の軌道を $x-z$ 平面に射影したものである。完全な円軌道を取る場合は $|\varphi - \theta| = \pi/2$ となるが、3 次元らせん軌道入射においては、フリッジ磁場を通過する際には曲率半径が変化して完全な円軌道にならない。蓄積磁石の中心が原点のグローバル直交座標系で、軌跡上の点 A の位置ベクトル \vec{x} 、速度ベクトル \vec{V} は、

$$\vec{x} = (r \sin \theta \quad y \quad r \cos \theta) \quad (3)$$

$$\vec{V} = (V_{xz} \sin \varphi \quad V_y \quad V_{xz} \cos \varphi) \quad (4)$$

と表される。磁場中の運動なので運動量が保存する。よって、速度についても、

$$V_{xz}^2 + V_y^2 = V^2 = \text{const.} \quad (5)$$

が常に成り立つ。次に、点 A における磁場は y 方向成分を B_y 、径方向成分を B_r として、

$$\vec{B} = (B_r \sin \theta \quad B_y \quad B_r \cos \theta) \quad (6)$$

である。

また、以下の関係も成り立つ。

$$\frac{\partial B_r}{\partial y} = \frac{\partial B_y}{\partial r} \quad (7)$$

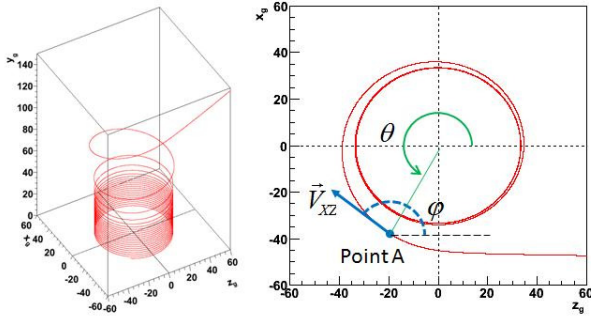


Figure 5: Document layout.

ミュー粒子の運動は、 B_r , B_y を用いて以下の式で記述できる。

$$\frac{dV_y}{dy} = \frac{q}{m} \frac{V_{xz}}{V_y} B_r \quad (8)$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{q}{m} B_y \quad (9)$$

2.2.2 軸対称な磁場の内部の粒子群の運動

ソレノイド磁場への入射の際に許容される粒子群の取りうる軌跡を調べる為に、図 6 に示すような蓄積部分を始点とする逆入射軌跡計算を行った。始点をソレノイド軸方向(y 軸)に沿って $\pm 0.6\text{mm}$ 、径方向に $\pm 3\text{mm}$ 振り、運動量と電価の符号を逆にして複数サンプルの軌跡を算出している。図 6 の右側に、蓄積磁石のエンドヨーク部のトンネルを通過した直後のビームの断面形状を示す。始点から Δy で振った軌跡の分布形状が x-y 相関の傾きに対応し、赤線を示す。図 7 に、x-y 断面形状に加えて、 $x-x'$, $y-y'$, $x'-y'$ の相関も示す。図 4 で紹介した、輸送ライン出口における目標の相関関係を示す直線の傾きはここで得られる。

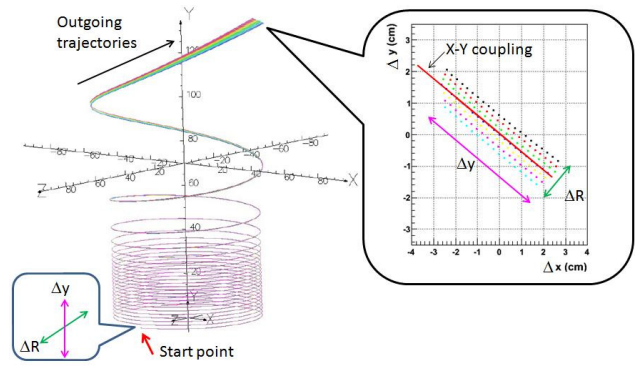


Figure 6: explanation of getting x-y correlation slope.

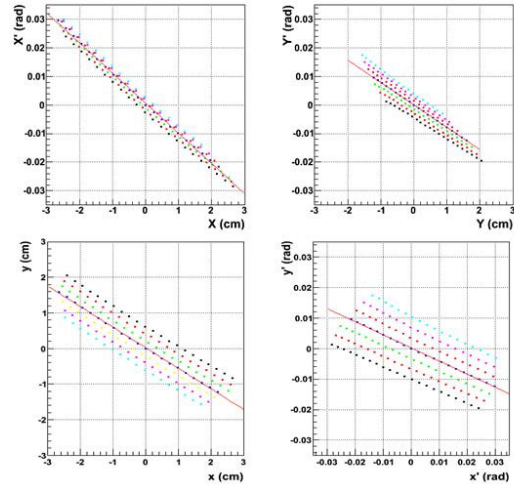


Figure 7: Beam shape at the injection point.

また、軌跡群の位相空間の分布は、基準軌跡の形状と関連付けることができる。基準軌跡のまわりの軌跡群のある点を \vec{x}' 、速度ベクトルを \vec{V}' として以下の式のように基準軌跡の形状と関連づけられる。

$$\frac{(V'_{xz} - V_{xz})/V}{y' - y} \Rightarrow \frac{dV_y}{dy} \quad (9)$$

$$\frac{\cos^{-1}(\vec{V}_{xz} \cdot \vec{V}'_{xz} / (V_{xz} V'_{xz}))}{(y' - y)/(V'_y - V_y)} \Rightarrow \frac{d\varphi}{dt} \quad (10)$$

$$\frac{\cos^{-1}(\vec{r} \cdot \vec{r}' / (r r'))}{|\vec{r} - \vec{r}'| / |\vec{V}_{xz} - \vec{V}'_{xz}|} \Rightarrow \frac{d(\varphi - \theta)}{dt} \quad (11)$$

ソレノイド軸対称な磁場中へのビーム入射を考える際に、位相空間の広がり方は、基準の軌跡から算出可能であることが分かる。これは、ビームとして分布できる位相空間の形状の自由度が小さいことを示唆しており、輸送ラインで適切な x-y 相関をもったビーム成形が重要である。

2.3 輸送ライン転送行列と Twiss parameter の決定

一般に輸送ラインの転送行列 M は輸送ラインの出入りの Twiss parameter の α , β から成る 4×4 行列 D と、X-Y カップリングの度合いを記述する 4×4 回転行列 U を用いて記述できる。

$$M = U_{out}^{-1} D U_{in}$$

$$U_{in(out)} = \begin{pmatrix} \mu & 0 & -R_4 & R_2 \\ 0 & \mu & R_3 & R_1 \\ R_1 & R_2 & \mu & 0 \\ R_3 & R_4 & 0 & \mu \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} D_x & 0 \\ 0 & D_y \end{pmatrix} \quad (12)$$

ここで、 $\mu = \sqrt{1 - (R_1 R_4 - R_2 R_3)}$ である。

行列 D は区分対角行列で、行列要素は 2×2 の行列 D_x, D_y を用いて記述できる。

$$D_x = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{\beta_x^{out}} & 0 \\ \alpha_x^{out}/\sqrt{\beta_x^{out}} & \sqrt{\beta_x^{out}} \end{pmatrix}^{-1} \Phi_x \begin{pmatrix} 1/\sqrt{\beta_x^{in}} & 0 \\ \alpha_x^{in}/\sqrt{\beta_x^{in}} & \sqrt{\beta_x^{in}} \end{pmatrix} \quad (13)$$

ただし、

$$\Phi_x = \begin{pmatrix} \cos \phi_x & \sin \phi_x \\ -\sin \phi_x & \cos \phi_x \end{pmatrix} \quad (14)$$

は位相の進み ϕ_x に関わる行列であるが、ここでは $\phi_x = 0$ に固定して計算を進める。 D_y も同様である。

輸送ライン入り口の Twiss parameter は LINAC の設計で決まる量で表 1 に示す。輸送ライン入り口では x-y カップリングはゼロなので U_{in} は単位行列になる。輸送ライン出口の Twiss parameter は図 7 で得た傾きを用いて、以下のように決めた。

$$\alpha_x^{out} = \frac{x'}{x} \alpha_x^{in}, \quad \alpha_y^{out} = \frac{y'}{y} \alpha_y^{in} \quad (15)$$

$$\beta_x^{out} = \beta_x^{in}, \quad \beta_y^{out} = \beta_y^{in}$$

行列 U_{out} の成分 $R_1 \sim R_4$ を決定する為に、仮想的に、断面が半径 5mm の円形で、運動量の広がりゼロのビーム考える。図 8 の黒い線で示す。これを転送行列 $M (=UD)$ かけると、水色で示す楕円形状になる。4 つの楕円の長軸の傾きが目標値に達するまで繰り返し $R_1 \sim R_4$ を変えながら計算を行う。

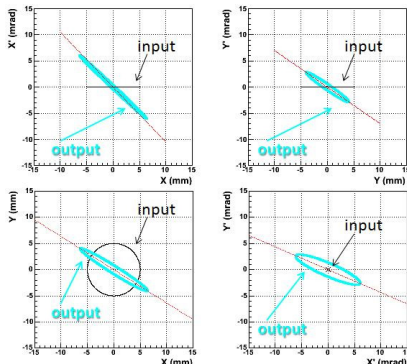


Figure 8: Explanation of getting proper rotation matrix.

以上の手法で、輸送ライン出口における Twiss parameter を決定する。表 2 に結果をまとめる。

Table 2: Document Layout

| | |
|------------------|---|
| Twiss parameters | $\alpha_x=9.50, \beta_x=10.0,$ $\alpha_y=7.06, \beta_y=10.0$ |
| X-Y coupling | $R_1=-1.03, R_2=-1.49$ $R_3=-0.86, R_4=-0.61$ |

2.4 SAD を用いたビームライン設計

輸送ライン出口における 8 つの Twiss parameter (表 2 参照)、が目標値に近づくように、2.1 章の図 1 に示す Q3~Q10 の 8 つの回転 4 極磁石の回転角と k 値のフィット計算を SAD[3] を使用して行った。

図 9 に、輸送ライン出口のビームサンプルとして 500 個のミュー粒子を入射したシミュレーション結果を示す。蓄積領域付近の高さ $y=40\text{cm}$ の地点におけるビームの断面形状および、広がり分布を示す。

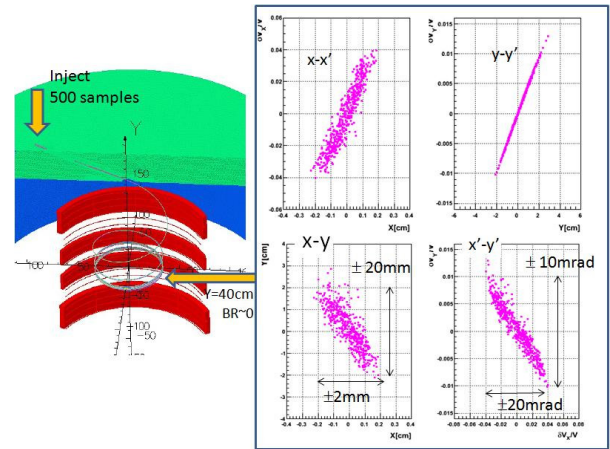


Figure 9: Injection test sample. (50 samples from Figure 3)

表 3、表 4 に輸送ラインに設置する垂直ベンド磁石、4 極磁石のパラメータをまとめる。4 極のボア半径はいずれも 40mm、進行方向の長さは 250mm とした。

Table 3: Document Layout

| | |
|--------------|----------|
| rho(mm) | 1155.057 |
| L(mm) | 250 |
| bend_(deg) | 12.5 |
| p(GeV/c) | 0.3 |
| B(T) | 0.866347 |
| full_gap(mm) | 8 |
| NI(AT) | 55153.37 |

Table 4: Document Layout

| Quadruple ID | Rotation angle [degree](*) | K1(*) | NI [AT/pole] |
|--------------|----------------------------|----------|--------------|
| Q1 | 0.0 | -18.1687 | -11566.6 |
| Q2 | 0.0 | 17.1299 | 10905.26 |
| Q2 | -31.2492 | 11.8042 | 7514.798 |
| Q4 | -12.8773 | -15.9233 | -10137.1 |
| Q5 | 7.4060 | 14.1045 | 8979.222 |
| Q6 | -17.9204 | 6.70567 | -4268.97 |
| Q7 | 17.1375 | -2.4236 | 1542.94 |
| Q8 | 11.9594 | -2.6982 | -1717.75 |
| Q9 | 8.1150 | -2.2056 | 1404.097 |
| Q10 | 12.7023 | 5.1113 | 3253.969 |

(*) Rotation angle and K1 will be optimized.

本稿では割愛するが、 $y < 40\text{cm}$ の領域に到達したビームは、 y 軸方向のビーム運動を止めるために径方向のパルス磁場による垂直キックを受ける。更に $y < 35\text{cm}$ 領域では、弱収束磁場がかかっており、目標とする蓄積領域 ($|y| < 5\text{cm}$) にビームを保持する。

4. まとめと今後

本論文では、ソレノイド磁場への 3 次元らせん軌道入射の概要、入射のためのビームの条件を紹介した。そして、入射に適したビーム調整の機能も持った輸送ラインの設計手法について議論した。水平方向・垂直方向に強いカップリング (x - y カップリング) を持ったビームは通常は取り扱わないため、意図的に強い x - y カップリングを与える輸送ラインの設計は前例がない (あるいは稀)。机上ではビームライン上の各構成部の必要パラメータを算出でき、入射軌跡のシミュレーションも行い、ある程度の入射効率を見込めると判断しているが、実証実験が必須である。

今後の計画として、3 次元らせん軌道入射のテストビームラインを紹介する。電子銃からの電子ビームを用いて、本番の 3 分の 1 スケールのソレノイド磁石への入射を行う実証試験の準備を開始している。実際の実験装置より 3 分の 1 サイズダウンした蓄積磁石を製作し、ミュオンビームの代わりに電子銃からの電子ビームを利用したテストビームラインを建設する。表 5 にオリジナルと、テスト実験の比較を示す。図 9 に実証実験のイメージを示す。実証実験で特筆すべきは、電子を使うので崩壊せずにビーム軌道を可視化しやすいことである。ミニソレノイド磁石の中の蓄積槽にアルゴンガスを封入し、その電離の様子をカメラで撮影し、電子ビームの軌道を直接観測することができる。このようにして、3 次元らせん軌道入射の原理を実証し、入射効率の向上、貯蔵領域内でのビーム軌道を高精度に制御する手法の開発を行う予定である。

Table 5: Document Layout

| | original | Test experiment |
|---------------------------|-------------------------|-----------------------|
| Center magnetic field [T] | 3 | 0.01 |
| Beam particle | Positive μ | electron |
| Momentum [MeV/c] | 300 | 0.112 |
| Beam size [rad-m] | $1.5\pi \times 10^{-6}$ | $3\pi \times 10^{-7}$ |
| X-Y coupling | yes | non |
| Cyclotron period [nsec] | 7.4 | 2.4 |
| Radius [m] | 0.33 | 0.115 |

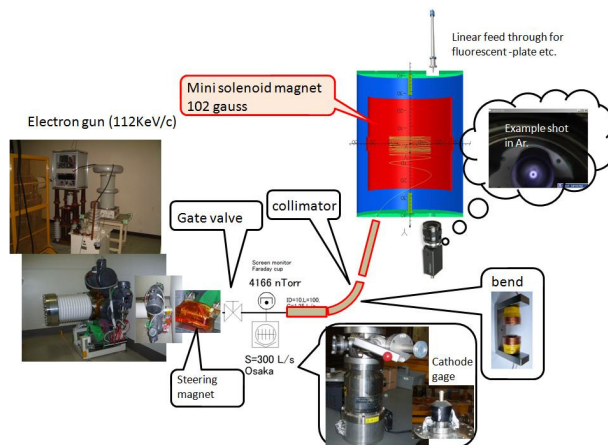


Figure 10: Image of test beam line.

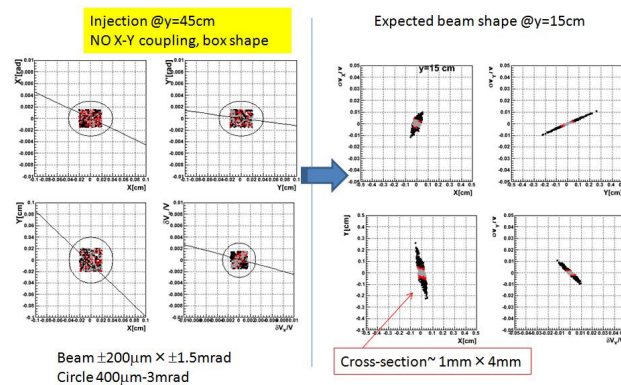


Figure 11: Expected electron beam shape at the entrance and inside of mini-solenoid magnet.

参考文献

- [1] T. Mibe, et al., “高エネルギーニュース”, vol. 31, No.3 <http://www.jahep.org/hepnews/2012/12-3-5-g-2-Mibe.pdf>
- [2] H. Iinuma, Proceedings of the 10th Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan. http://www.pasj.jp/web_publish/pasj10/proceedings/PDF/MOOS/MOOS14.pdf
- [3] <http://acc-physics.kek.jp/SAD/>