

カルマンフィルターによる励磁電流安定度の評価

KALMAN FILTER ESTIMATION ON CURRENT STABILITY OF MAGNET

尾崎俊幸^{#, A)}

Toshiyuki OZAKI^{#, A)}

^{A)} Accelerator Facilities, KEK

Abstract

The current stability of the old steering power supply is examined by the kalman filter estimation method. The current data during the PF-AR operation are recorded and stored in a computer. However they are disturbed under the noise generated by the near-by high power supplies. The results using the state-space models of the trend models are smoothing curves which are considered to be the drift of the current. The old power supply is found to be hold with initial performance.

1. はじめに

PF-AR でのステアリング電源は運転開始から 15 年が経過した。主電源は定期的に保守点検作業を行い、性能を確認しているが、補正電源は台数が多いこともあり、性能点検をしておらず、性能の劣化などを把握できていない。

ビーム運転中は電流モニターで常に記録している。しかしながら、計測器までの間のケーブルにノイズが入り、精度が悪くなっている。

本論文では、この時系列データから真値を読み解き、電流安定度を推定する。

2. 時系列データ

2016 年の運転は、2月17日から始まった。ビーム調整終了後、深夜は真空焼きだし運転がなされた。図 1 は、ステアリング電源 ZV_NW16 の電流モニターの記録で、18日の0時から12時までの半日の電流データである。電源背部の端子から同軸ケーブルで、約 10m 離れたデジタルボルトメータでスキャンして読んで、サーバーに記録されている。

図 1 に示すように、夜中0時には、6.5GeV ビーム運転状態で、電源電流設定値は 6.928A である。3時前にビーム入射を行うために、一度電流を下げていた。3時には戻っている。9時から補正を行い、9時半前には一定電流 6.920A になり、昼 12時まで継続している。

周囲の大電源からのノイズが測定回路にのり、記録されたデータは図 1 に示すようになる。ここではデータが赤線で連続的に結ばれている。

本論文の目的は、この時系列データから動的平均値や傾きを求め、電源の電流安定度を推定する事である

図 1 に示したように小区間 1, 2, 3 に分割して、文献[1][2][3]にある時系列解析法を用いて、個々に議論をする。

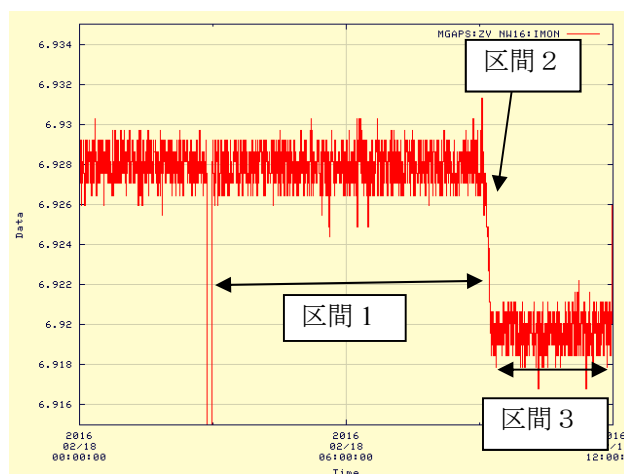


Figure 1: Time series data of current.

3. カルマンフィルター統計モデル

カルマンフィルターは 1960 年代に米国で行われた宇宙開発 (アポロ計画) における人口衛星の軌道推定での成功により、広く知られるようになり、多くの高度な機器で用いられている。

カルマンフィルターでは、システムを状態方程式と出力方程式で記述し、新たなデータを加わる度に、状態を修正し、推定を確かなものにする。

カルマンフィルターでは、システムノイズと観測ノイズを仮定して進めるが、以下に述べるベイズ統計を用いて、それらの最尤値を求める事ができる。

3.1 ベイズ統計

時刻 n までの観測値を、 $Y(n) = \{y(1), \dots, y(n)\}$

とする。状態 $x(n)$ の確率分布 $P(x(n)|Y(n))$ を求める。

ベイズの定理から

[#] ozaki@post.kek.jp

$$P(x(n)|Y(n)) = \frac{P(x(n)|y(n), Y(n-1))}{P(y(n)|Y(n-1))}$$

ただし、

$$P(y(n)|Y(n-1)) = \int_{-\infty}^{\infty} P(y(n)|x(n))P(x(n)|Y(n-1))dx(n)$$

である。これは、漸化式である。

3.2 トレンドモデル

時系列 y のモデル

$$y(n) = \mu(n) + \varepsilon(n) \quad (n=1, 2, \dots, N)$$

を考える。 ε を、 $N(0, \sigma^2)$ の正規分布に従う白色雑音系列とする。 μ を、時点 n での y の平均とする。ここで、平均 μ は

$$\mu(n) = 2\mu(n-1) - \mu(n-2) + v(n)$$

という 2 階の確率差分方程式に従って変動するものと仮定する。ただし、 v は ε とは独立で、正規分布 $N(0, \tau^2)$ に従う白色雑音系列を表す。

トレンドモデルには、分散 σ^2 と τ^2 がパラメータとして含まれる。つまり、次数は 2 である。

時系列 $y(n)$ を状態空間モデル

$$x(n) = Fx(n-1) + Gv(n)$$

$$y(n) = Hx(n) + w(n)$$

で表すとすれば、

$$x(n) = \begin{bmatrix} \mu(n) \\ \mu(n-1) \end{bmatrix} \quad \text{であり、係数は、}$$

$$F = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$H = [1 \quad 0]$$

システムノイズと観測ノイズの分散を、それぞれ $Q = \tau^2$ 、 $R = \sigma^2$ で与える。この解は、カルマンフィルターとして知られている。

カルマンフィルターの一期先予測・事前分布は、

$$x(t|t-1) = Fx(t-1|t-1)$$

$$V(t|t-1) = FV(t-1|t-1)F^T + GQG^T$$

である。

データ $y(n)$ を得てから、カルマンゲインは

$$K(t) = V(t|t-1)H^T / (HV(t|t-1)H^T + R)$$

である。フィルタリング・事後分布は

$$x(t|t) = x(t|t-1) + K(t)(y(t) - Hx(t|t-1))$$

$$V(t|t) = (I - K(t)H)V(t|t-1)$$

と更新されていく。

この漸化式を $t=1, \dots, N$ まで繰り返す。 $y(n)$ が起きる確率は、正規分布であり、個々に

$$P_n(y(n)|Y(n-1), \theta) = (2\pi V(n|n-1))^{-1/2} \times \exp\left(-\frac{(y(n) - Hx(n|n-1))^2}{2V(n|n-1)}\right)$$

である

尤度は、

$$L(\theta) = \prod_{n=1}^N P_n(y(n)|Y(n-1), \theta)$$

である。対数尤度は、 $l = \log(L)$ である。赤池の

情報量基準は、 $AIC = -2 * l + 4$ である。AIC を最小にするモデルを最適なモデルとみなす。

3.3 最尤法

不定係数は、二つのノイズである。両方を最尤法で最大となるように選ぶが、 σ^2 は条件付けができて。その比 $\lambda = \tau^2 / \sigma^2$ をパラメータとして、対数尤度関数を最大にする。それが最尤推定値である。方法としては、準ニュートン法を用いた。

3.4 平滑化

過去の状態を推定を行う問題は、平滑化と呼ばれる。フィルタは、時刻 n の観測値だけを用いて $\mathbf{x}(n)$ を推定するが、平滑化は、得られている全ての観測値を用いて推定を行う。したがって、平滑化を行えば、一般にフィルタよりも精度の良い状態推定が行える。平滑化は、まず、カルマン・フィルタによって推定した後、 $x(N-1|N)$ 、 $V(N-1|N)$ から順に時間的に逆方向に、 $x(1|n)$ まで求める。

4. 励磁電流の変動の推定

図 1 に示したような 3 区間に分けて論じる。

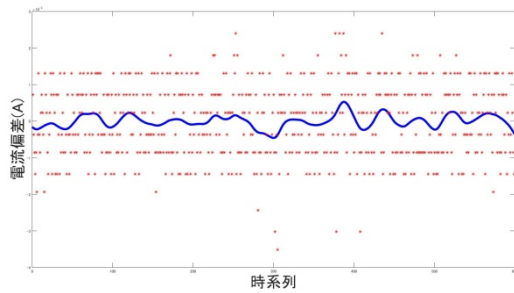


Figure 2: Trend in time-section 1.

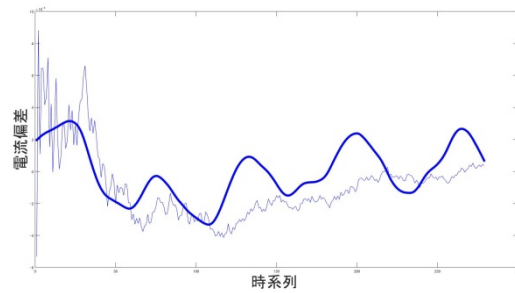


Figure 4: Trend in time-section 3.

4.1 区間 1

区間 1 に時系列データ (赤の*) と回帰曲線 (青太線) を図 2 に示す。前処理として、平均値を求め、データから引いて、変動分だけを使った。16bit の ADC で読んでいるために、量子エラーが見えて、データがガウス分布とも言えないが、近似的解釈をして議論を進める。最尤値を求めて $\tau^2 = 5.501e-10$ 、 $\sigma^2 = 9.602e-7$ でカルマンフィルター計算をしている。

電流変動は、100ppm 以下である事が理解できる。

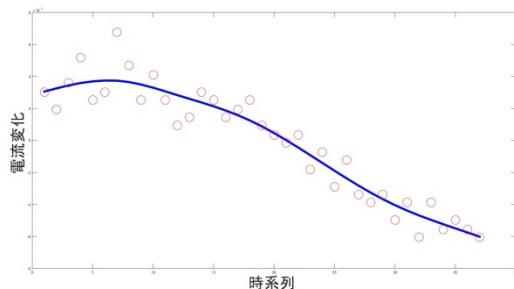


Figure 3: Trend in time-section 2.

4.2 区間 2

ここは、電流の設定をゆっくりと 8mA 下げた区間である。本論文のモデルはレベルと傾きが、柔軟に変化するのを示している。図 3 における赤の○が時系列データであり、太い青線が回帰曲線である。

4.3 区間 3

区間 3 での平滑化処理をした回帰曲線を図 4 における青の太線で示す。

区間 1 で得た τ^2 、 σ^2 を用いて、カルマンフィルター推定を青の細線で示す。

5. 今後の実用化計画

B 電源の励磁回路の途中に水冷ブスバーを新規製作し、高精度 DCCT を挿入した。QF 電源と QD 電源は、内臓モニター DCCT を使うことにした。このアナログ信号を 24bitADC で読み記録する。24bitADC モジュールは、恒温槽に入れてある。トレンド解析プログラムは、FORTRAN G95 で書かれ Python から利用する。

6. 結論

運転記録のアーカイバに保存された時系列データから、電磁石の励磁電流のドリフトの推定する方法を提案した。今後は、その妥当性などを検討していく。

参考文献

- [1] Genshiro Kitagawa, 'Introduction to Time Series Modeling' CRC Press (2010).
- [2] 北川源四郎, "時系列解析入門", 岩波書店 (2005).
- [3] 和合肇, "状態空間時系列分析入門" シーエーピー出版 (2008).