

# 光陰極電子銃により生成された高電荷ビームへのレーザーミラーの影響 INFLUENCE OF LASER MIRROR ON HIGH CHARGE BEAM GENERATED BY PHOTOCATHODE ELECTRON GUN

布袋貴大 \*A)、宮島司 A, B)

Takahiro Hotei\*<sup>A)</sup>, Tsukasa Miyajima<sup>A, B)</sup>

<sup>A)</sup>The graduate University for Advanced Studies, SOKENDAI

<sup>B)</sup>High Energy Accelerator Research Organization, KEK

## Abstract

A photocathode DC gun is used at compact energy recovery linac (cERL) in KEK. Since a laser for cathode excitation has a circular profile through pinhole, the beam profile from the gun is also circular. However, asymmetric profiles were measured without unwanted external electromagnetic field in high charge beam operation in March 2017. This phenomenon is not measured when beam has a bunch charge of several pC, but is measured for the high charge beam operation with a bunch charge of 40 pC or more. Metal mirrors to transport the laser to the cathode surface is considered as one of the cause which makes the beam profile asymmetry due to deformation of space charge field. In order to estimate the effect quantitatively, we have calculated the space charge effect including the effect of the metal mirrors existing in the beam transport line. For 40 pC, we found out that the laser mirrors deform the cylindrical symmetry of the space charge field and the beam profile.

## 1. はじめに

KEKにある小型のエネルギー回収型ライナック (compact energy recovery linac: cERL) では電子源としてフォトカソード DC 電子銃を使用しており、レーザー光をカソードに照射することでビームを生成している。レーザー光はビームパイプに取り付けられたビューポートから入射され、ビームパイプ内に設置された入射ミラーで反射されてカソード面に照射される。カソード面で反射されたレーザーは取り出し用のミラーにより入射ビューポートとは異なるビューポートを通して外部に取り出される。Figure 1 にビームパイプ内に入射され取り出されるまでの光学系を図示する。Figure 1 で赤く示されている入射・取り出し用のミラーは CW 運転でのチャージアップを防ぐためにアルミ削り出しのミラーを使用している。

フォトカソードから生成される電子ビームの3次元的空间分布は基本的にカソード励起レーザーの空間分布によって決定され、カソード面でのレーザープロファイルがそのまま引き出される電子ビームのプロファイルに、照射するレーザーパルス長がそのまま電子ビームの初期バンチ長に対応する。レーザー光はビームパイプ内に入射される前にピンホールを通して整形されており、Figure 2 に示すように円形のプロファイルをし

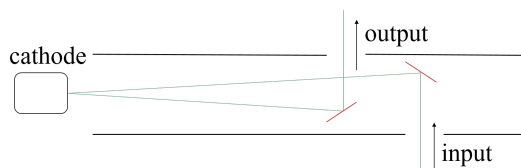


Figure 1: Laser transport system.

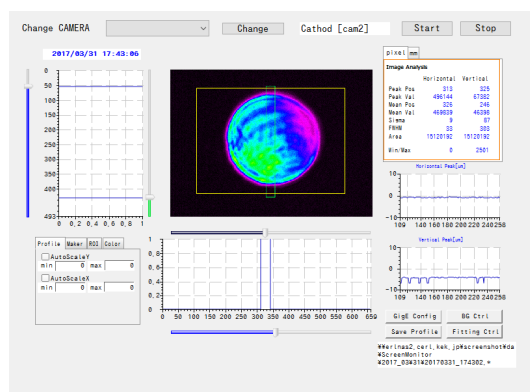


Figure 2: Laser profile.

ている。これはカソード面へ照射するときと同じ光学系を通ったレーザープロファイルを撮影したものである。したがって cERL の電子銃からは円形のプロファイルを持った電子ビームが生成されることになる。

しかしながら 2017 年 3 月に行われた高電荷ビーム試験 [1] において対称性が崩れたプロファイルが最上流のスクリーンモニターで観測された。そのときのプロファイルを Figure 3 に示す。電子銃電圧 450 kV のみ加速された低エネルギービームで、直径 2 mm のピンホールを用いてレーザープロファイルを整形し、空間電荷効果を緩和させるためにパルススタッキングを行い全幅 31 ps までレーザーパルス長を伸ばしているが、バンチ電荷が 40 pC と高く空間電荷効果が支配的である。電子銃から生成されたビームは測定されたスクリーンモニターまでの間に、ビーム軌道調整用のステアリング電磁石、ビーム収束用のソレノイド電磁石および常伝導のバンチャー空洞を通過することになる。プロファイルが歪む原因としてこれらの機器が作る電磁場の非線形な領域を通過することが考えられる。しかし

\*hotei@post.kek.jp

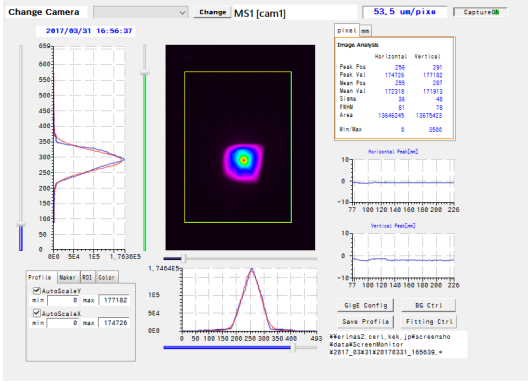


Figure 3: Measured beam profile having the bunch charge of 40 pC at 1.02 m downstream from the cathode surface.

ながらオペレーション時に電磁石の励起を止めてもプロファイルは改善しなかった。これは数 pC オーダーの低電荷ビームでは観測されなかった現象である。

その他の原因として Figure 1 に示したビームパイプ内の非軸対称なミラーの影響が考えられる。これらのミラーが非軸対称なウェイク源として働きプロファイルを歪める可能性がある。本稿ではビームパイプ内の非軸対称な導体の存在によってビームが作る電磁場がどの程度歪むか、またその電磁場がビーム自身にどう影響するかを調べるため、ミラーの影響を 2 次元静電場問題に帰着し解析を行った。まず 2 章でビームが作る電磁場の影響、すなわち空間電荷効果の解析方法を示し、プロファイルへの影響が近似的に 2 次元静電場問題に帰着することを説明する。3 章では任意の境界を設定して静電場を求めるために作成したプログラムの内容と計算モデルについて示す。4 章で計算結果を示し、5 章でそれを考察する。6 章で本稿の内容を簡単にまとめ、改善策の提案と今後の取り組みについて述べる。

## 2. 解析原理

空間電荷効果はビーム内の各粒子間に働く Coulomb 相互作用である。したがってビームがどのような電磁場を作るかが分かれば、各粒子に働く力を求めることができ、影響を調べることができる。そのため最初にビームが作る電磁場をどのように計算すべきか検討する。

生成されたビームは電子銃の引き出し電場で加速された後、平均速度  $c\beta_0$  を持ってビームパイプ中を進むことになる。同じ速度を持ってビームと共に動く座標系で見るとビームは常に静止しているように見える。この系をビーム静止系と呼ぶ。厳密にはビーム構成粒子には有限の速度差があり全ての粒子が完全に静止した系を定義することはできないが、粒子の速度差が小さい場合にはビーム静止系に対する粒子の速度はほとんど無視できる。実験室系からビーム静止系へ Lorentz 変換された粒子は静電場  $E'$  のみを作り磁場は生じない。この静電場を実験室系へ Lorentz 変換することで実際にビームが作る電磁場を求めることができる。また求めた電磁場を用いて各粒子に働く Lorentz 力を計算できれば空間電荷効果のビーム構成粒子への影響を計算する

ことができる。

簡単のために粒子の平均速度が  $z$  方向へのブースト  $\beta_0 = (0, 0, \beta_0)$  であったとする。基本的に加速器内のビームは進行方向にのみ加速されるため多くの場合はこの近似も成り立つ。すると実験室系での電場  $\mathbf{E} = (E_x, E_y, E_z)$  と磁場  $\mathbf{B} = (B_x, B_y, B_z)$  は静電場  $\mathbf{E}' = (E'_x, E'_y, E'_z)$  を用いて次のように書ける。

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = \gamma_0 \begin{pmatrix} E'_x \\ E'_y \\ E'_z - \frac{\gamma_0}{\gamma_0 + 1} \beta_0^2 E'_z \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} = \frac{\gamma_0}{c} \begin{pmatrix} -\beta_0 E'_y \\ \beta_0 E'_x \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

ここで  $\gamma_0$  は実験室系とビーム静止系を関係づける Lorentz 因子である。これらを用いると粒子が受ける横方向の Lorentz 力は次のように書ける。

$$\begin{pmatrix} F_x \\ F_y \end{pmatrix} = q(1 - \beta_z \beta_0) \gamma_0 \begin{pmatrix} E'_x \\ E'_y \end{pmatrix} \quad (3)$$

ただし  $\beta_z$  はこの Lorentz 力が働いている粒子の縦方向の速度であり、ほとんど  $\beta_0$  と同じである。以上よりビームプロファイルへの影響、つまりビームの横方向への影響は静電場  $E'_x, E'_y$  を求められれば解析することができ、 $x$  方向と  $y$  方向へ働く力の非対称率はそのまま静電場の非対称率に相当することが分かる。

本研究では静電場  $E'_x, E'_y$  がレーザーミラーの有無によってどの程度変化するかを調べるために、導体境界の影響を考慮しながら 2 次元 Poisson 方程式を解くことで静電場を求めた。次章で任意の構造を持つ導体の影響を考慮するために作成された計算プログラムの内容と計算モデルについて説明する。

## 3. 計算プログラム

静電場はビームを空間に広がる電荷分布として捉えて、まずは Poisson 方程式を解いて静電ポテンシャルを求め、ポテンシャルを微分することで計算することができる。しかし Poisson 方程式が解析的に解ける場合は限られており、任意の境界を設定して解くためには数値的に解く必要がある。本解析で使用したアルゴリズムの流れを Figure 4 に示す。

最終的に求めたい静電場をはじめ静電ポテンシャルや電荷密度は場の量なので、本来は空間の無数に存在する任意の点において値が定義されている。しかし数値解析において無数の点を扱うことは不可能なため、ある範囲に限定した計算領域を有限個に分割しなければならない。この操作は格子生成と呼ばれ、有限個の空間点を格子点と呼ぶ。静電場を求めるための最初のステップとしてこの格子生成を行う。空間の分割の仕方は任意であるが、今回は cartesian 座標を用いて  $x$  方向も  $y$  方向も等間隔に分割した。

次に生成した格子点上に電荷密度の値と境界条件を割り当てる。電荷密度の割り当ては本来であればビーム静止系での粒子分布から各粒子が持つ電荷量を周囲

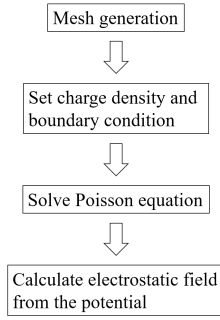


Figure 4: Implemented algorithm to calculate electrostatic field.

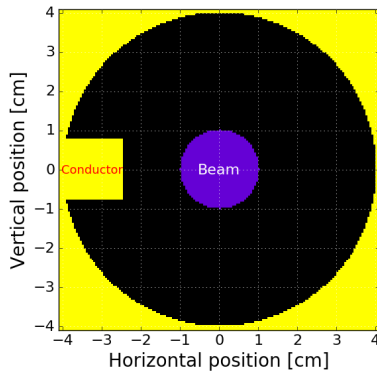


Figure 5: Calculation model of conductor (beam pipe and laser mirror) and charge distribution.

の格子点上へ重みをつけて分配することになる。今回は簡単のために一様な電荷密度で円対称に分布しているとして設定した。これは無限に長い円柱ビームのある横方向の断面について計算することに相当する。境界条件の設定であるが、まず中心から半径 40 mm のところでポテンシャルが 0 V であるとした。これは完全導体でできたビームパイプを模している。また導体ミラーの影響のために水平方向の片側に中心から 25 mm 離れたところに導体境界を設定。垂直方向には 15 mm 伸ばしている。具体的な配置に関しては Figure 5 に示した通りであり、ビームサイズを半径 10 mm としている。cartesian 座標を用いて格子点を作成しているため円対称に広がった境界面が少し粗くなっているが、ミラーなしの場合の計算結果を解析解と比較することで計算の妥当性を後に示す。

電荷密度と境界条件を設定すれば数値的に Poisson 方程式を解いて静電ポテンシャルを求めることができる。本計算では Gauss-Seidel 法を用いて離散化した Poisson 方程式を解いている。ある格子点上での静電ポテンシャルの値を計算するときにはその格子点に隣接した格子点上でのポテンシャルの値とその格子点上での電荷密度の値が必要になる。はじめはポテンシャルの値が未知なので 0 V に初期化しておくが、電荷密度の値は与えているので計算するとその値に関する量だけポテンシャルの値が更新される。隣の格子点上の値の計算では電荷密度の値分と前に更新されたポテンシャルの値

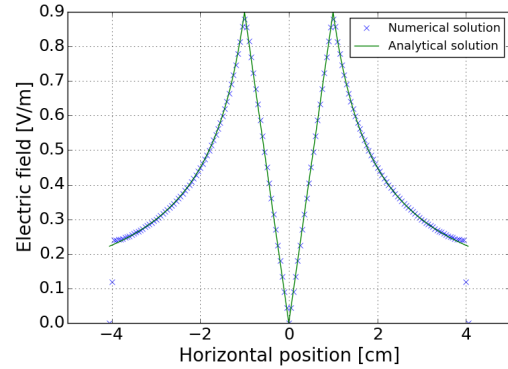


Figure 6: Comparison of numerical calculation result and analytical solution.

に関する分だけポテンシャルの値が更新される。これを繰り返していくとポテンシャルの値がどんどん更新されていくが、真の値に近づいていくと次第に更新される量が減っていく。ある程度まで更新量が減ったら計算を打ち切って最終的なポテンシャルの値とするのが Poisson 方程式を数値的に計算する流れである。

最後に求めたポテンシャルの値から静電場を計算している。これには中心差分法を用いており、ある格子点上での電場の値を決めるのにその両隣の格子点上でのポテンシャルの値を用いている。x 方向の両隣を使えば電場の x 成分が得られ、y 方向の両隣の値を用いると電場の y 成分を計算できる。

以上が今回実装したアルゴリズムと計算モデルである。正しく実装できているかを確認するために解析解と比較できるようにミラーが存在していない場合の計算を行った。この計算は半径 R に一様分布した電荷が作る電場を、半径 a のところでポテンシャルが 0 V であるという境界条件の下で求める問題と等価であり、解析解は

$$E_r(r) = \begin{cases} \frac{r\rho}{2\varepsilon_0} & (r \leq R) \\ \frac{R^2\rho}{2\varepsilon_0 r} & (r \geq R) \end{cases} \quad (4)$$

である。ここで  $\rho$  は電荷密度であり  $\varepsilon_0$  は真空の誘電率である。ポテンシャルが 0 V になる半径を 40 mm に、電荷の分布半径が 10 mm で電荷量を 0.5 pC とした場合で数値計算を実行した。y = 0 のところで切り出した電場を解析解と比較した結果が Figure 6 である。離散化や差分化など計算上どうしても生じてしまう誤差などはあるが、両者は非常によく一致していると言える。我々は十分な精度で電場を計算できているとし、本題のミラーの影響についても計算した。その結果を次章で述べる。

## 4. 結果

前章で紹介した計算モデルを用いて導体ミラーの影響を評価した。ビーム半径を 10 mm、総電荷量を 0.5 pC とした結果を例にとり、まず空間に生じている静電ポテンシャルの様子を Figure 7 に示す。ミラーを配置し

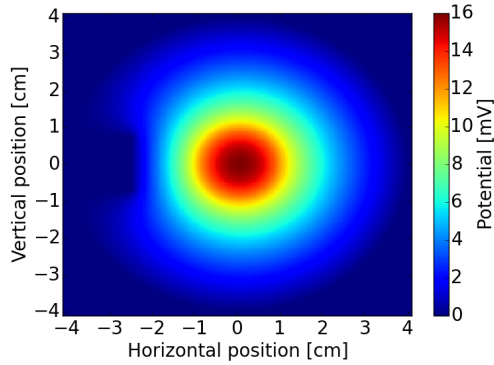


Figure 7: Distribution of calculated electrostatic potential. The potential gradient becomes large due to the laser mirror.

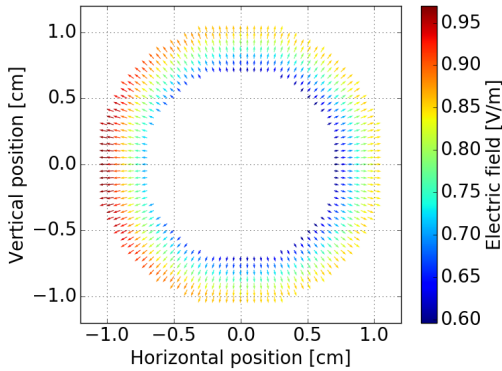


Figure 8: Electric field at a position where the beam exists. Only the electric field with the strong strength is being indicated. The potential gradient becomes large due to the laser mirror, therefore the strong electric field has occurred to the direction where the laser mirror exists compared with the other directions.

ていたところのポテンシャルは 0 V であり、何もなければ円対称に広がるポテンシャルが歪んでいる。

Figure 8 はビームの位置に生じている電場の特に強いものだけを選んでベクトル図としてプロットしたものである。実際には中心付近にも電場がかかっているが、基本的には半径に比例して強くなり一番端のところでも最大値をとる。対称であればちょうどビーム中心にかかる電場は 0 V/m であるが、ミラーの影響によりその方向へ引っ張られるような電場が働く。Figure 8 からビームの外周に働く電場を見ると、ミラーのある側に生じている電場と垂直方向に働いている電場の大きさが異なっていることが分かる。これは 2 章で示したようにプロファイルが非対称になる原因となる。

ミラーまでの距離と電場の非対称率の関係性を調べるため

$$\text{Asymmetric rate [\%]} = \frac{\max(E'_x) - \max(E'_y)}{\max(E'_x)} \times 100 \quad (5)$$

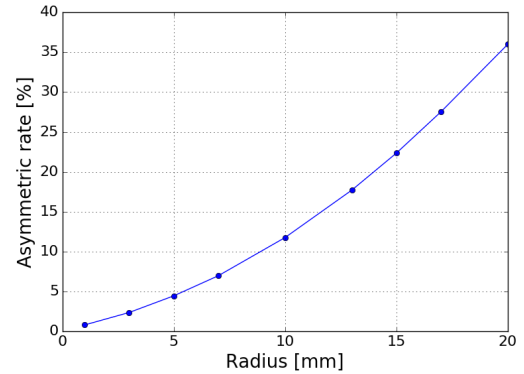


Figure 9: Beam size dependence on asymmetric rate.

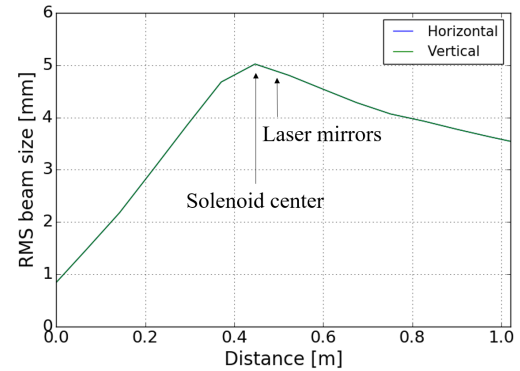


Figure 10: The evolution of beam size from gun to screen monitor with a bunch charge of 40 pC.

と非対称率を定義し、ビームの分布半径を変えて計算した。その結果を Figure 9 に示す。ビームサイズが小さいうちはそれほど問題ではないが、半径の 2 乗に依存するように少しビームが大きくなると急激に対称性が悪くなるのが分かる。

## 5. 考察

Figure 3 に示した結果はバンチ電荷 40 pC のビームプロファイルである。この試験における電子銃から測定個所までのビームサイズの変化を設計されたオプティクスで計算した [2]。その結果を Figure 10 に示す。計算はシミュレーションコード GPT [3] を用いて空間電荷効果を含めているがレーザーミラーの寄与は組み込まれていない。ビームは円筒対称であり  $x$  方向も  $y$  方向も同じ大きさである。ビームサイズが最大になっている辺りがソレノイドを設置している場所であり、そこで収束力が働いている。そして問題のレーザーミラーはソレノイドの直後に設置してあり、まだビームサイズを絞り切れていないうちにそこを通過することになる。Figure 10 では RMS サイズの変化を記述しているが一様分布において RMS サイズはおよそ分布半径の半分である。したがって最もビームサイズが大きくなっているところでは分布半径が約 10 mm であり、4 章で示したようにミラーの影響でプロファイルの対称性が崩れることは十分に考えられる。

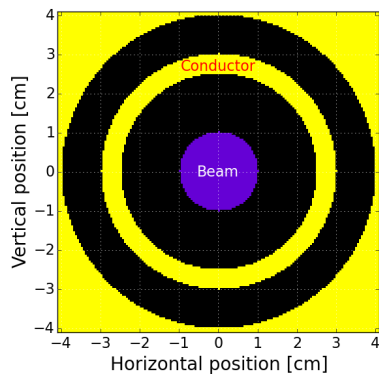


Figure 11: Model of axisymmetric mirror.

改善策としてはミラーの形状を軸対称にすることが考えられる。Figure 11 に示すような円環状のミラーの一部を使って入射と取り出しを行うことを考える。ビームが軸上を通過していれば、式 (4) に示したようにビームが作る電場は导体までの距離に依存しないので、ミラーが存在していないときと同じ大きさの電場が作られることになる。よって非対称性は改善されるが、ここでいきなりビームパイプが狭くなるような構造なので、軸対称なウェイク源となるだろう。このウェイクの影響を具体的に評価する必要がある。また実際に cERL に適用するためにはビームパイプの改造が必要になるという問題もある。

## 6. まとめ

2次元 Poisson 方程式を解くことで非軸対称なデバイスであるレーザーミラーによる電場の非対称性を計算した。電場の非対称性は電荷の分布半径が大きくなるにつれて増大する。非対称なプロファイルが観測された 40 pC ではミラーの位置でのビーム半径が約 10 mm であり、ミラーの影響により自己電磁場が非対称になる。電場の非対称性はそのまま Lorentz 力の非対称性につながるため、これが原因でプロファイルが歪むことは十分に考えられる。

現在は 2次元の静的な計算のみであるが、これは一様に分布した無限に長い円筒形のビームが作るある断面での空間電荷効果を解析したことに相当する。簡易的にはこれによりレーザーミラーが 40 pC のビームに対してプロファイルを歪めるような働きをするかどうかを調べることができた。縦方向の有限な分布を考慮するためには 3次元の計算を行う必要がある。さらに非対称な Lorentz 力を受けた後のビーム構成粒子の運動を解析するためには動的な計算にまで拡張しなければならないが、より現実的に非軸対称なミラーの影響や軸対称ミラーへ交換した際の効果などを評価するためには必要なことである。そのために本解析に用いたプログラムの改良や CST studio [4] の利用などを計画している。

また我々は実験的な研究も実施中である。ステアリング磁石を用いてわざとミラーの近傍を通し、観測されるビーム位置の鏡像電荷のキックによる変化や中心を通した場合とミラー付近を通した場合でのプロファ

イルの比較などを行っている。理論的・実験的な研究から非軸対称なデバイスの影響を実験事実にて即してモデル化し、オプティクス最適化やビーム調整にフィードバックをかけられるところまで拡張したいと考えている。

## 謝辞

KEK の加藤龍好教授には電磁場の解析方法やプログラミングに関して多くの助言をいただいた。また cERL 運転の際には KEK 加速器第 7 研究系電子銃グループ、東日技研の路川徹也氏、亀田吉郎氏をはじめとして、cERL 関係者の多くの方々にご協力いただいた。この場をお借りして感謝申し上げます。

## 参考文献

- [1] T. Miyajima *et al.*, “60 pC bunch charge operation of the compact ERL at KEK”, Proceedings of IPAC2017, Copenhagen, Denmark, May 2017, pp. 890-893.
- [2] T. Hotei *et al.*, “Optics design of the compact ERL injector for 60 pC bunch charge operation”, Proceedings of IPAC2017, Copenhagen, Denmark, May 2017, 898-901.
- [3] Pulsar Physics; <http://www.pulsar.nl/gpt/index.html>
- [4] Computer Simulation Technology; [http://www.aetjapan.com/software/CST\\_Overview.php](http://www.aetjapan.com/software/CST_Overview.php)