

# 放射光源用超伝導高調波空洞の設計検討

## DESIGN STUDY ON SUPERCONDUCTING HARMONIC CAVITY FOR SYNCHROTRON LIGHT SOURCE

岡田貴文<sup>\*A)</sup>、梅森健成<sup>B)</sup>、加古永治<sup>B)</sup>、許斐太郎<sup>B)</sup>、阪井寛志<sup>B)</sup>  
Takafumi Okada<sup>\*A)</sup>, Kensei Umemori<sup>B)</sup>, Eiji Kako<sup>B)</sup>, Taro Konomi<sup>B)</sup>, Hiroshi Sakai<sup>B)</sup>

<sup>A)</sup>SOKENDAI, The Graduate University for Advanced Studies

<sup>B)</sup>KEK, High Energy Accelerator Research Organization

### Abstract

Aim of a 3rd harmonic cavity is used for lengthening bunch and increasing beam lifetime. Decrease Touschek life time is a main problem in a light source ring with a high brightness and a low emittance. A higher harmonic cavity introduces in the next generation light source rings in order to solve this problem. There are choices that a normal conductive cavity or a superconductive cavity. A normal conducting cavity made of Cu and a superconducting cavity made of Nb, Nb3Sn are discussed for a potential candidate of a 3rd harmonic cavity, in this report.

### 1. はじめに

高輝度、低エミッタンスな放射光源リングでは IBS (intra beam scattering) による Touschek 寿命の低下が問題となる。これを解決するには高調波空洞を導入し、ダブル RF システムによってバンチ長を伸ばすことで解決することができる。ダブル RF システムはビームからパワーを供給するパッシブモードと外部からの RF ソースを必要とするアクティブモード、常伝導空洞、超伝導空洞の違いがある。実際にインストールする際には、アクティブモードの場合、クライストロンなどの RF 源が必要になり、システムの複雑化、コストの増加が起こる。パッシブモードの場合、RF 源はいらないが、ビームに対する細かい最適条件で運転することが難しくなる。超伝導空洞では冷凍機が不可欠であり、常伝導空洞と比べシステムの複雑化、導入コストの面で不利である。しかし 4.2 K での運転が可能であれば、減圧用ヘリウム排気系は不要であり、また冷凍保安員のいらぬ運転も可能であり人員コストの削減が見込まれる。

また、ダブル RF システムの導入に当たってはビームローディングによる過渡的電圧変動が問題となることが報告されている [1]。

今回は KEK で計画されているエネルギー 3 GeV の放射光リングを例に、常伝導空洞と超伝導空洞を使用した際の過渡的変化の比較、運転温度での違いなどを論じた。

### 2. HARMONIC CAVITY

高調波空洞とは主加速空洞に対して高次の周波数を利用した空洞である。Landau 空洞とも呼ばれ、主にはバンチを伸ばさせ Touschek 寿命を改善するために使われる [2]。Table 1 に世界で導入されている高調波空洞をまとめた。

パラメータはデザイン値である。たとえば ELETTRA では SLS と共同研究により開発した高調波空洞を使用し、バンチ長は 25-35 ps であったものが、60 ps に改善

Table 1: Design of Ring Parameters

ELETTRA [3]	2/2.4 GeV	500 mA	SC	Passive
SLS [4]	2.4 GeV	400 mA	SC	Passive
BESSY-II [5]	1.7 GeV	400 mA	NC	Passive
MAX IV [6]	3.0 GeV	500 mA	SC	Passive
NLSL-II [7]	3.0 GeV	500 mA	SC	Passive

し、ビームライフタイムは 3.5 倍に伸びた結果を得ている [8]。

Touschek 寿命は次の式で定義される [9]。

$$\frac{1}{T_{\text{Touschek}}} = \frac{1}{N} \frac{dN}{dt} \quad (1)$$

$$= \frac{Nr_0^2 c}{8\pi\gamma^2 \sigma_x \sigma_y \sigma_s} \left( \frac{\gamma mc}{\delta} \right) D(\xi) \quad (2)$$

ここで、 $N$ ,  $r_0$ ,  $c$ ,  $\gamma$ ,  $m$ ,  $\delta$  はそれぞれビーム内の粒子数、電子古典半径、光速、ローレンツファクター、電子質量、RF バケットハイトである。 $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_s$  はそれぞれ transverse 方向と longitudinal 方向の rms バンチ長さである。 $D(\xi)$  はバンチの分布に関する関数。これによると Touschek 寿命はバンチの体積に比例する。低エミッタンスリングの場合バンチの体積が小さくなるため、Touschek 寿命は悪化する。これを解決するにはバンチの体積を大きくするか RF バケットハイトを大きくすることがある。高調波空洞はバンチ長を伸ばすことで、Touschek 寿命を向上させる [10]。

加速のための主空洞と高調波空洞に分けたダブル RF システムによって加速電圧に高調波電圧を重畳させることでバンチを伸ばさせることが出来る。重畳した電圧、ポテンシャルは式 (3), (4) で与えられる [2] [9]。

$$V(\phi) = V_c (\cos(\phi + \phi_s) + k \cos(n\phi + \phi_n)) \quad (3)$$

$$\Psi(\phi) = \frac{1}{V_c} \int_0^\phi \left( V(\phi) - \frac{U_0}{e} \right) \quad (4)$$

\*okadat@post.kek.jp

ここで  $V(\phi)$  は  $\phi$  を変数としてビームの感じる電圧、 $V_c$  はピーク主空洞加速電圧、 $kV_0$  はピーク高調波加速電圧、 $n$  は高調波の次数。 $\phi_s, \phi_n$  はそれぞれシンクロナス位相と高調波同期位相である。 $\phi_n$  と  $k$  はバンチ長さを最長にするための条件から求まる [2]。条件は、(1)  $\phi = 0$  のとき (シンクロナス粒子) の  $V(\phi)$  の 1 次微分係数、2 次微分係数がゼロであり、(2) リング一周のエネルギー損失と RF によるエネルギーゲインが等しいことである。KEK 放射光計画の 3 GeV リング KEK-LS を例にして、これら最適条件のときの  $V(\phi)$  と  $\Psi(\phi)$  の結果を Figure 1 に示す。使用したパラメータは Table 2 に示す。次数は  $n = 3$  次を使用した。高調波電圧は Figure 2a にあるようにビームに対してエネルギーを奪うように重畳される。 $\phi = 0$  に注目すると、電圧が下がり、ポテンシャルの底が広がっていることがわかる。

Table 2: Used Ring Parameters

Beam energy	3.0 GeV
Circumference	570.721
Harmonic number	952
Beam current	500 mA
Momentum compaction	$4.08 \times 10^{-4}$
RF frequency	500 MHz
Main RF cavity voltage	2 MV
Energy loss per turn without insertion device	0.730 MeV

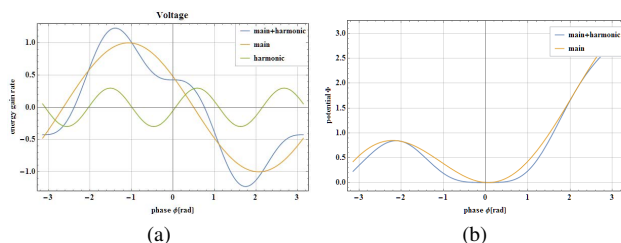


Figure 1: The total voltage and potential for double RF system under ideal condition with  $n=3$ . Left is voltage. Orange: the main RF voltage. Green: the 3rd harmonic voltage. Blue: the total RF voltage. Right shows phase. Orange: the potential with main RF voltage. Blue: the potential with main RF and harmonic RF.

このときのシンクロトロン運動の運動方程式は

$$\ddot{\phi} + \frac{\Omega_0^2}{V_c \cos \phi_s} \left( V(\phi) - \frac{U_0}{e} \right) = 0 \quad (5)$$

で表される [2]。  $\Omega_0$  はシンクロトロン振動数。  $U_0/e$  はリング一周で失うエネルギーである。これらよりセパトリックスが定義できて、 Figure 2 に示す。3 次高調波の電圧を重畳すると相空間上での安定領域が広がっていることがわかる。またビームカレント分布は (4) を使って表せて次のように与えられる [2]。

$$I(\phi) \propto e\omega_{rf} \exp \left( \frac{-eV_0 \sqrt{\Psi(\phi)}}{2\pi h \eta \beta^2 E(\sigma_p/p)^2} \right) \quad (6)$$

ただしこれは高調波空洞の電圧と位相  $kV_0, \phi_n$  が理想条件から変化しない場合である。バンチギャップのあるときのビームローディングによる過渡的な電圧変動によるバンチの不安定性が生じることが報告されている [1] [11]。

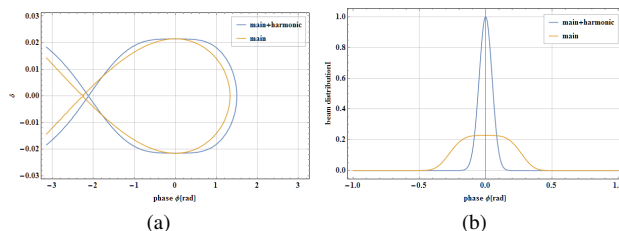


Figure 2: The separatrix and the beam current distribution under the ideal condition of  $n=3$ . Left is the separatrix with harmonic voltage become larger. Right is the beam current distribution. FWHM with harmonic voltage is more than 4.6 times as large as without harmonic voltage. Orange: The separatrix with main RF. Blue: The separatrix with main RF and 3rd harmonic voltage.

高調波電圧の振幅と位相が独立に  $\pm 10\%$  変化したときのビームカレント分布の変化を Figure 3 に示す。例えば高調波位相が 5% 変動、10% された場合はバンチが 2 つに分かれることがわかる。

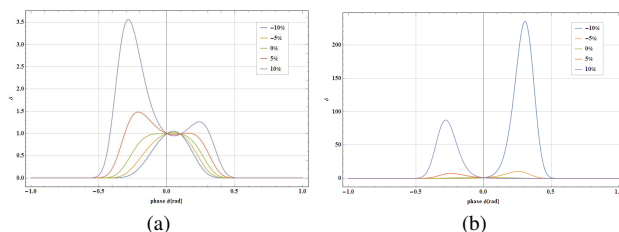


Figure 3: Bunch shape depends on harmonic voltage and phase. Left is the bunch shape changes depend on the harmonic phase. Right shows The bunch shape changes depend on the harmonic voltage.

### 3. 空洞パラメータ

Table 2 のリングのパラメータを使用して運転条件を求めた。これらは高調波空洞のパラメータに依存しない。計算は [1] [12] を参考にした。

Table 3: RF Parameters

$\phi_s$	65.76 deg
$\phi_n$	-98.54 deg
Main RF frequency	500 MHz
3rd harmonic cavity frequency	1500 MHz
Main RF voltage	2.0 MV
3rd harmonic voltage	0.6146 MV

高調波空洞には常伝導空洞, 超伝導空洞, また空洞電圧をビームローディングのみで担うパッシブモード, 外部RF源によって担うアクティブモードがある。アクティブモードの場合, 主空洞とは別の周波数のRFシステムを構築する必要があり, 世界で導入されている高調波空洞は超伝導, 常伝導に限らずパッシブモードが採用されている [13]。

ここでパッシブモードとして常伝導空洞と超伝導空洞のパラメータを仮定して壁損失を比較した。常伝導のパラメータについては [1] を参考にした。超伝導空洞に関しては周波数が 1500 MHz と 1300 MHz に近いいため, cERL 用 2 セル入射超伝導空洞を 1500 MHz にリスケールすることで仮定した (Figure 4)。結果を Table 4 に示す。

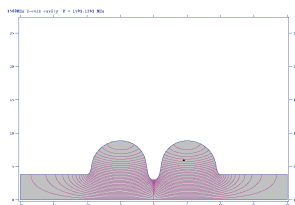


Figure 4: Rescaled 1500 MHz cERL injector cavity.

$Q_0$  は cERL での  $Q_0$  を  $Q_0 \propto \sqrt{1/\omega}$  より求めた。4.2 K の  $Q_0$  は cERL2 セル空洞の値を使用し, Nb<sub>3</sub>Sn の値は 4.2 K で  $10^{10}$  以上得られることから仮定した [14]。また, 空洞に窒素をドーピングさせると  $Q_0$  が 3 倍程度改善するとの報告があり, 現在研究されている [15]。N-doped 空洞として  $Q_0 = 3 \times 10^{10}$  を仮定した。

Table 4 より超伝導空洞であればいずれも高い  $Q_L$  を得られている。これはバンチギャップが存在したとき過渡的な電圧変調に対して  $Q_L$  が高いことは有利である [1]。また壁損失に関して, NC を仮定した場合 kW の損失があるが, 2.0 K の Nb, 4.2 K の Nb<sub>3</sub>Sn で 1 W 以下を得られる。4.2 K の Nb の場合は 6 W ほどの損失が生じる。一般に 1 W の発熱を冷却するために必要な電力効率 COP<sup>-1</sup> は温度の低下とともに急激に増大する。例として 4.2 K 付近では 300 W/W 程度に対し, 2 K 付近では 800 W/W もの電力を必要とする [14]。詳細な計算はしていないが, Nb<sub>3</sub>Sn 空洞であれば冷却効率として 2.5 倍以上, また 2 K 減圧システムが不要なため, コスト削減につながると見込まれる。

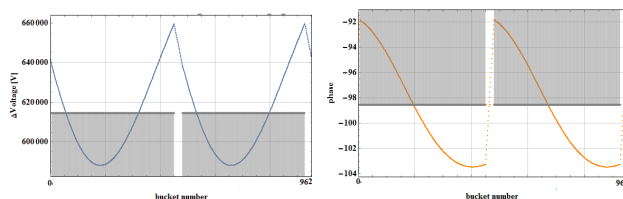
#### 4. $Q_L$ の違いによる電圧変調の違い

リング中の残留イオンとビームとの相互作用により不安定性が現れることがあり, これを防ぐためにバケットが空の部分を持たせるバンチギャップが導入されることがある。これにより空洞の過渡的な電圧変調, 位相変調が起こる [1]。空洞の電圧変調は空洞のフィリングタイムに反比例することが知られている。

$$\Delta V \propto \frac{1}{\tau_f} \propto \frac{\omega}{2Q_L} \quad (7)$$

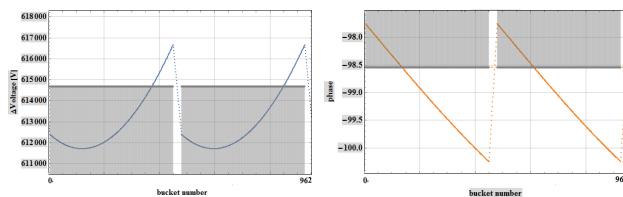
位相変調に関してはバンチギャップが存在しないときを基準として求めている。前節で求めた空洞で [1] を参

考にし, Table 2 のリングにバンチギャップとして 30 バケットが 2 つあるときのパッシブ高調波空洞の変調の様子を求めた。条件としては, 周期条件として計算を行った。



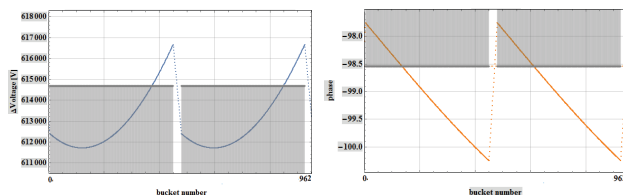
(a) The voltage modulation.  $\Delta V$  : (b) The phase modulation.  $\Delta\phi$  :  $\pm 0.068$  V deg,

Figure 5: NC cavity.  $Q_L=8894$ .



(a) The voltage modulation.  $\Delta V$  : (b) The phase modulation.  $\Delta\phi$  :  $\pm 0.00235$  V  $\pm 1.35$  deg

Figure 6: SC cavity.  $Q_L=40594$ .



(a) The voltage modulation. (b) The phase modulation.

Figure 7: SC cavity.  $Q_L=40529$ .

結果を Figure 5 から Figure 7 に示す。電圧変調は NC で 10%ほどあるが,  $Q_L$  の高い空洞では 1%以下に抑えこめられている。また位相変調に関しても, 1/4 以下に抑えられている。Nb 2K, Nb 4 K に関してはほとんど  $Q_L$  は変わらないため, ほとんど変化はない。

#### 5. まとめ

高調波空洞は Touschek 寿命改善のため, 低エミッタンスリングで用いられる。主加速電圧に対して, 高次電圧を重ねることでポテンシャルの底を広げ, バunch を伸長する。今回は KEK 放射光計画の 3 GeV リングを例にして, 空洞を仮定し, 過渡的な電圧変調を求めた。 $Q_L$  の高い超伝導空洞の使用により, 電圧変調を 1%, 位相変動を 1/4 以下に抑えられる。また, 壁損失によるパワーロスは数 kW から数 W 以下に抑えられる。Nb<sub>3</sub>Sn 空洞であれば, 4 K 運転で 1W 以下のパワーロスを実現できる。今後実際のビーム寿命や, 具体的な空洞パラメータについて検討を進めていく。また現在, Nb<sub>3</sub>Sn に関しては研究段階であるため [16], Nb<sub>3</sub>Sn 空洞の実用化に向けても検討を進める。

Table 4: Cavity Parameters

Parameter	NC Cavity		SC Cavity			
	Cu	Nb	Nb(N-doped)	Nb	Nb3Sn	
Temp	-	2.0 K	2.0 K	4.2 K	4.2 K	
$E_{acc}$ [MV/m]	0.768	3.07	3.07	3.07	3.07	
Number of cavities	4	1	1	1	1	
total R/Q[Ohm]	233	204	204	204	204	
$Q_0$	21318	$1.3 \times 10^{10}$	$3.0 \times 10^{10}$	$6.0 \times 10^8$	$1.0 \times 10^{10}$	
$Q_L$	8894	40594	40594	40529	40594	
Wall loss power per cavity	4.75 [kW]	0.144 [W]	0.0617 [W]	5.71 [W]	0.185 [W]	
Load beam power per cavity [kW]	-11.4	-45.63	-45.63	-45.63	-45.63	
detune $\Delta f$ [MHz]	0.562	0.123	0.123	0.123	0.123	

## 参考文献

- [1] N. Yamamoto *et al.*, "FEASIBILITY STUDY ON THE BUNCH LENGTHENING FOR HIGH BRIGHTNESS SYNCHROTRON RING WITH SUB-NM EMITTANCE". Proc. of 13th, PASJ2016, TUP013, 2016.
- [2] A. Hofmann, S. Myers, "BEAM DYNAMICS IN A DOUBLE RF SYSTEM". CERN ISR-TH-RF/80-26
- [3] D. Bulfone, "Status of ELETTRA", 11th ELS Workshop, ESRF, 2003.
- [4] A. Streum *et al.*, "PROPOSED UPGRADE OF THE SLS STORAGE RING". Proc. of IPAC2016, WEPOW038, 2016.
- [5] W. Anders *et al.*, "HOM DANPED NC PASSIVE HARMONIC CAVITIES AT BESSY\*". Proc. of 2003 PAC, TPAB004 2003.
- [6] G. Skripka *et al.*, "COMMISSIONING PF THE HARMONIC CAVITIES IN THE MAX IV 3 GeV RING", Proc. of IPAC2016, WEPOW035, 2016.
- [7] J. Rose *et al.*, "DESIGN OF A 1500 MHZ BUNCH LENGTHENING CAVITY FOR NSLS-II". Proc. of 2003 PAC, TPAB004 2003.
- [8] P. Bosland *et al.*, "THIRD HARMONIC SUPERCONDUCTING PASSIVE CAVITIES IN ELETTRA AND SLS". Proc. of 11th, Workshop on RF Superconductivity, TUO06.
- [9] S. Y. Lee, "Accelerator Physics Third Edition". World Scientific, 2012.
- [10] J. M. Byrd, "Transient beam loading effects in harmonic rf systems for light source", Phys. Rev. ST. Accel. Beams, Vol 5, 092001, (2002).
- [11] J. Jacob, "Harmonic Cavities: the Pros & Cons", Beam Instability Workshop, ESRF, 13th-15th, 2000.
- [12] KEK 放射光 CDR; <https://www2.kek.jp/imss/notice/assets/2016/06/08/KEKLSCDRAccelerator160608.pdf>
- [13] M. Svandrik *et al.*, "Higher Harmonic Cavities", CAS "Synchrotron Radiation and Free Electron Lasers" - Brunnen, Switzerland, 2-9, 2003.
- [14] S. Posen *et al.*, "Nb<sub>3</sub>Sn superconducting radiofrequency cavities: fabrication, result, properties, and prospects". Supercond. Std. Technol. **30** (2017) 033004 (17pp).
- [15] A. Grassellino, "Nitrogen and argon doping of niobium for superconducting radio frequency cavities: a pathway to highly efficient accelerating structures"; <https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1306/1306.0288.pdf>
- [16] S. Posen, M. Liepe. "RF TEST RESULTS OF THE FIRST Nb<sub>3</sub>Sn CAVITIES COATED AT CORNELL". Proc. of SRF2013, TUP087.