

2. ビーム加速中のバンチ振動

MR のリング中に設置された壁電流モニター (WCM) の信号をオシロスコープを用いて波形情報として記録し、周回している陽子ビームの縦方向の運動を観測した。オシロスコープでのデータ収集においては、WCM の 1 ターン分の波形情報を LLRF からの周回周波数クロック f_{rev} 信号と合わせて 1ms 毎に記録することによって加速開始から取り出し直前までのビームの縦方向振動情報を記録出来るようにした [2]。波形の取得には、LeCroy 社 WP715zi を用いてサンプリング周波数 500MHz でおこなった。

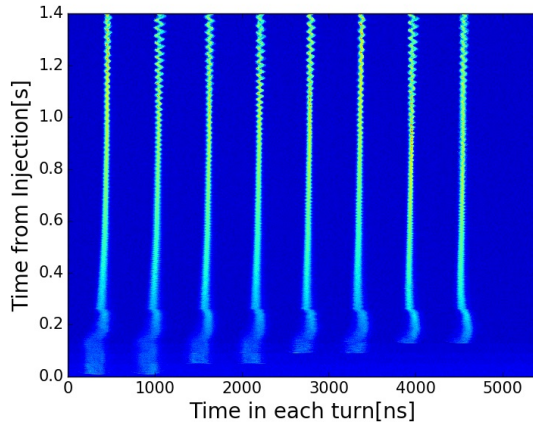


Figure 2: Mountain plot of 8 bunches in the J-PARC MR for 480 kW during study.

ビームスタディ時の際に強度 480 kW の取り出しを行った際のマウンテンプロットを Figure 2 に示す。各バンチが二極振動を起こしており、その振幅が加速終盤に近づくにつれて増大していることが分かる。また、その振動の振幅や位相がバンチ毎に異なっていることが分かる。このような振動はバンチ結合 (Coupled Bunch, CB) 振動と呼ばれ、それによる不安定性はバンチ結合不安定性 (Coupled Bunch Instabilities, CBI) と呼ばれる。バンチ結合振動のモードを同定しそれに対応する周波数のインピーダンス源を探ることによって、その原因を明らかにすることが可能となる。

3. バンチ結合振動モード

バンチ結合振動モードは以下のように定義される。加速バケツの数、つまりハーモニック数が M の場合には M 個の振動モードが存在し、隣接するバンチ間の振動の位相差が $2\pi n/M$ である振動をモード n のバンチ結合振動と呼ぶ。この際、それぞれのバンチは各モードで位相は異なるが同じ振動数及び振幅で振動を行う。

また、バンチ結合振動はビーム信号の周波数スペクトルにおいては以下のように周回周波数 f_{rev} のハーモニックのサイドバンドとして現れる。[3]

$$f_{p,m,n} = |(pM + n)f_{\text{rev}} + mf_s|, (-\infty < p < \infty) \quad (1)$$

ここで、 n は振動モード、 f_s はシンクロトロン振動周波数である。また、 m は振動の種類を表し、 $m = 1$ の

場合は二極振動、 $m = 2$ の場合は四極振動に相当する。本稿においては、MR においてみられている二極振動のみ注目することとする。 $p \geq 0$ の場合には上側波帯 (Upper Side Band, USB) に現れ、 $p < 0$ の場合には下側波帯 (Lower Side Band, USB) に現れる。加速ハーモニックまでの範囲の周波数に注目すると、モード n の振動成分が現れる周波数は

$$f_n^+ = nf_{\text{rev}} + f_s \quad (2)$$

$$f_n^- = (M - n)f_{\text{rev}} - f_s \quad (3)$$

となる。MR の場合には、 $M = 9$ となり、Figure 3 に示すような振動モードが存在する。

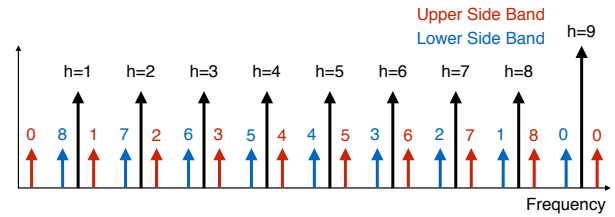


Figure 3: Coupled Bunch Oscillation mode for J-PARC MR. (M=9, m=1)

4. ビームのバンチ結合振動モード解析

バンチ結合振動のモード同定の手法としては、隣接バンチ間の位相差を求める手法 [4] と、周波数スペクトルのパターンを元に解析する手法 [5] が存在し、今回はそれぞれの手法を用いてモードの同定を行った。

4.1 バンチ中心振動解析

各バンチ中心の振動を解析することにより、バンチ結合振動のモード同定を行った。まず、Figure 2 を元に、1 ターン分の波形信号を 9 個のバケツに区切って各バケツ内の位相に対する電流情報とした上で、バケツ内の信号の重心を取ることで各ターンでの各バンチ中心の位置を求めた。こうして得られたバンチ中心の軌跡を Figure 4 に示す。それぞれのバンチの中心が、加速開始から 0.8 秒あたりから振動をはじめ、加速終盤になるに従って振幅が増大していることが分かる。また、バンチによって振幅や位相が異なることもわかる。

各バンチ中心の軌跡を以下のように \sin 関数でフィットすることにより、各バンチのシンクロトロン振動の振幅 a_i と位相 θ_i を求める。

$$y = a_i \sin(2\pi f_s t + \theta_i) + C_i \quad (4)$$

フィット範囲は加速周波数や偏向電磁石の磁場変化から計算して求めたシンクロトロン振動の 2 周期分とし、フィット範囲をずらしていくことで各ターンでの振動振幅と位相を求めた。バンチ結合振動の位相を求める際には、それぞれのバンチが同じ振動数で振動していなければいけないため、フィットを行う際には、一旦各バンチに対してフィットを行った上で、フィットで得られた各バンチの振動数の平均を共通の振動数として改めてフィットを行った。こうして得られた各バンチ

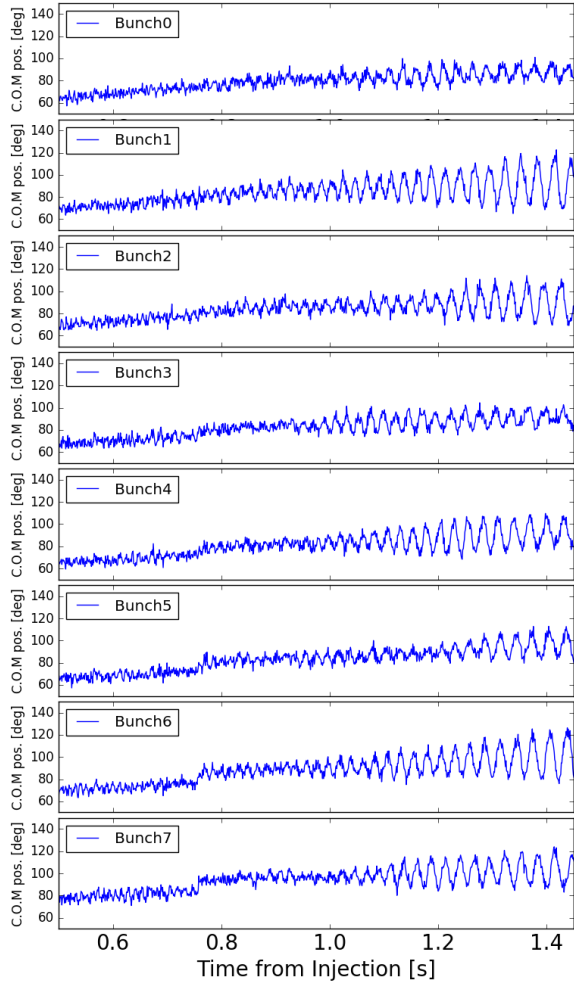


Figure 4: The track of the center of mass of each bunch.

のシンクロトン振動の振幅 a_i と位相 θ_i に対して以下のようにフーリエ変換を行うことによって、振動モードの同定を行う。

$$A_n e^{-i\Theta_n} = \frac{1}{M} \sum_k a_k e^{-i\theta_k} e^{2\pi i k n / M} \quad (5)$$

ここで、 A_n 、 Θ_n はモード n の振動振幅と位相である。Figure 2 に対応する各モードの振幅の時間変化を Figure 5 に示す。振動の振幅が最も顕著であるのがモード $n = 8$ であることが分かる。また、それ以外にもモード $n = 4, 6, 7$ など複数のモードで振動していることも分かる。

取り出し直前での各モードの振幅のビーム強度に対する変化を Figure 6 に示す。どの振動モードについても 470 kW 以上の強度で振幅が増大していることが分かる。その中でも特にモード $n = 8$ の振動の振れ幅が大幅に増大することが分かる。

4.2 ハーモニクス振動解析

WCM で得られるビーム信号の周回周波数のハーモニクス成分を取りだして解析し、どのハーモニックのどのサイドバンドが振動しているかを調べることに

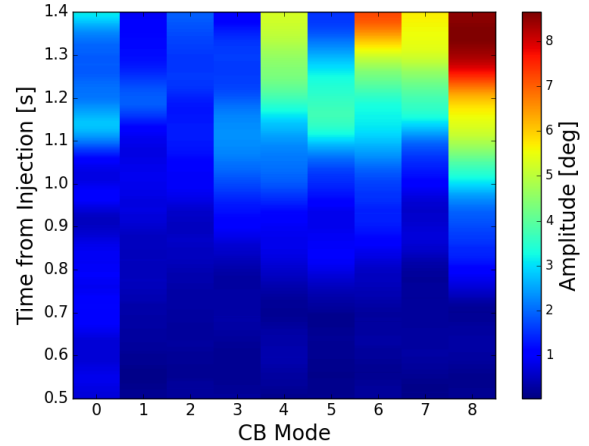


Figure 5: Amplitude of CB Oscillation Modes.

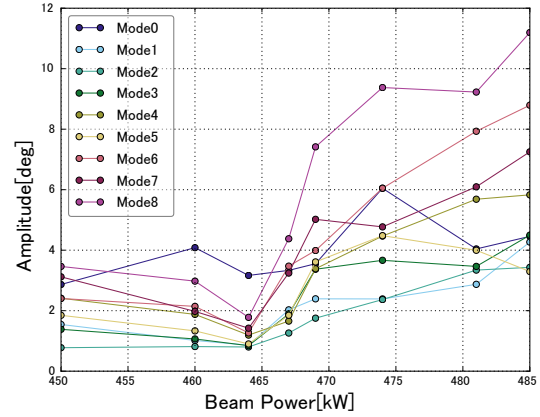


Figure 6: Amplitude of CB Oscillation Modes at the extraction timing.

り、振動モードの同定を行った。

ハーモニクス成分の振動解析の流れを Figure 7 に示す。オシロスコープで得られた WCM 波形に対して、直交検波を行うことでハーモニクス成分の検出を行い、さらに片側波帯フィルタリング (Single-SideBand filtering, SSBF) と呼ばれる処理を行うことで USB と LSB を選択的に取り出している。

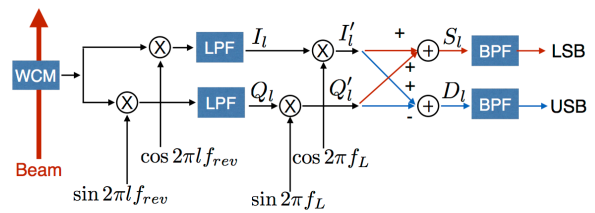


Figure 7: Procedure of Single Side Band Filtering.

ハーモニクス成分の検出に用いる直交検波の流れは以下の通りである [2]。振幅 $A_l(t)$ を持つハーモニック数 $h = l$ に対応する振動成分を $\phi_l(t)$ とすると、WCM

の波形信号に含まれるハーモニクス成分は

$$y = \sum_l A_l(t) \sin(2\pi l f_{\text{rev}} + \phi_l(t)) \quad (6)$$

と書ける。WCM の各ターンの波形情報に対して、 $\cos(2\pi l f_{\text{rev}})$ 、 $\sin(2\pi l f_{\text{rev}})$ をかけてローパスフィルタ (LPF) に通し、ハーモニクス数 $h = l$ に対応する I、Q 信号 I_l 、 Q_l を取り出す。ここで、 I_l 、 Q_l は以下のように書ける。

$$I_l = \frac{A_l(t)}{2} \sin \phi_l(t) \quad (7)$$

$$Q_l = \frac{A_l(t)}{2} \cos \phi_l(t) \quad (8)$$

IQ 信号を取り出し、DC 成分を取り除くことにより各ハーモニクス成分の振動成分を検出することが出来る。各ハーモニクスの IQ 信号をハイパスフィルタ (HPF) に通すことで得られた振動成分の振幅の時間変化を Figure 8 に示す。振動成分の振幅が最も顕著であるのがハーモニクス数 $h = 8$ の成分であり、そこからハーモニクス数が小さくなると共に振幅が減少することがわかる。

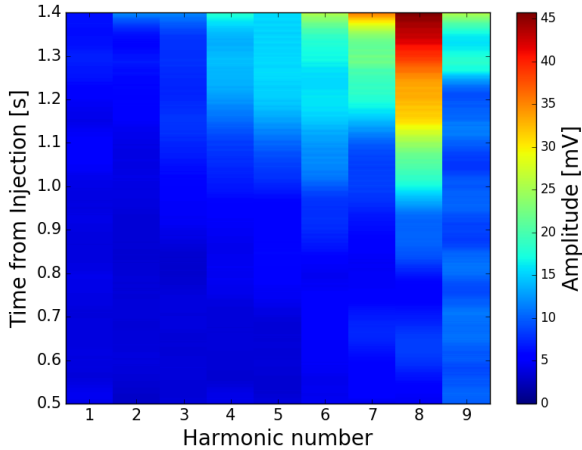


Figure 8: Amplitude of each harmonic component.

FFT を用いて得られたハーモニクス数 $h = 8$ の I 成分のスペクトログラムを Figure 9 に示す。ハーモニクス数 $h = 8$ 成分の振動成分の周波数がシンクロトロン振動数の計算値によく一致していることが分かる。

IQ 成分の FFT 結果からは振動しているのが USB か LSB かを判別することは出来ず振動モードの同定は出来ない。このため、IQ 成分に対して SSBF 処理を行い USB と LSB を分離してモード同定を行う。IQ 信号に対して $\cos 2\pi f_L t$ 、 $\sin 2\pi f_L t$ をかけたものを I'_l 、 Q'_l とおく。ここで、 f_L はシンクロトロン振動数 f_s に任意のキャリア周波数 f_c を加えた周波数である ($f_L = f_s + f_c$)。

$$\begin{aligned} I'_l &= I_l \cos 2\pi f_L t \\ &= \frac{A_l(t)}{4} (\sin(\phi_l(t) + 2\pi f_L t) \\ &\quad + \sin(\phi_l(t) - 2\pi f_L t)) \end{aligned} \quad (9)$$

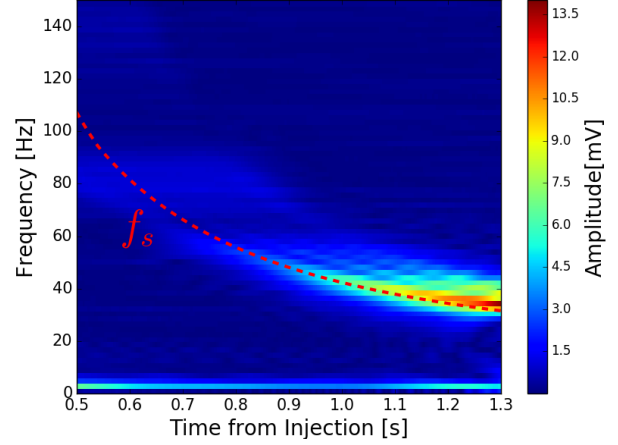


Figure 9: Spectrogram for I component ($h=8$). Red dotted line represents the estimated synchrotron frequency.

$$\begin{aligned} Q'_l &= Q_l \sin 2\pi f_L t \\ &= \frac{A_l(t)}{4} (\sin(\phi_l(t) + 2\pi f_L t) \\ &\quad - \sin(\phi_l(t) - 2\pi f_L t)) \end{aligned} \quad (10)$$

I'_l 、 Q'_l の和・差をそれぞれ S_l 、 D_l とおくと、

$$\begin{aligned} S_l &= \frac{A_l(t)}{2} \sin(\phi_l(t) + 2\pi f_L t) \\ &= \frac{A_l(t)}{2} \sin \phi_S(t) \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} D_l &= \frac{A_l(t)}{2} \sin(\phi_l(t) - 2\pi f_L t) \\ &= \frac{A_l(t)}{2} \sin \phi_D(t) \end{aligned} \quad (12)$$

$$\phi_S(t) = 2\pi t \times \begin{cases} f_L + f_s & (\phi_l(t) = 2\pi f_s t) \\ f_c & (\phi_l(t) = -2\pi f_s t) \end{cases} \quad (13)$$

$$\phi_D(t) = 2\pi t \times \begin{cases} f_c & (\phi_l(t) = 2\pi f_s t) \\ f_L + f_s & (\phi_l(t) = -2\pi f_s t) \end{cases} \quad (14)$$

となり、USB が振動しているとき、つまり $\phi_l(t) = 2\pi f_s t$ である時には差信号 D_l がキャリア周波数 f_c で振動することが分かる。同様に、LSB が振動しているとき、つまり $\phi_l(t) = -2\pi f_s t$ である時には和信号 S_l がキャリア周波数 f_c で振動することが分かる。 S_l 、 D_l を、キャリア周波数 f_c 近傍のみを通過するバンドパスフィルタ (BPF) に通すとそれぞれ LSB、USB 成分を選択的に取り出すことが出来る。

Figure 2 に対応する WCM 信号に対して SSBF 処理を行って得られた各ハーモニクス成分の USB、LSB の振幅の時間変化を Figure 10、11 に示す。どのハーモニクス成分についても LSB はあまり振動せず、主に USB の振動が顕著である。USB のうち振動が顕著であるのがハーモニクス数 $h = 8$ の USB 成分であり、これは振動モード $n = 8$ に相当する成分である。

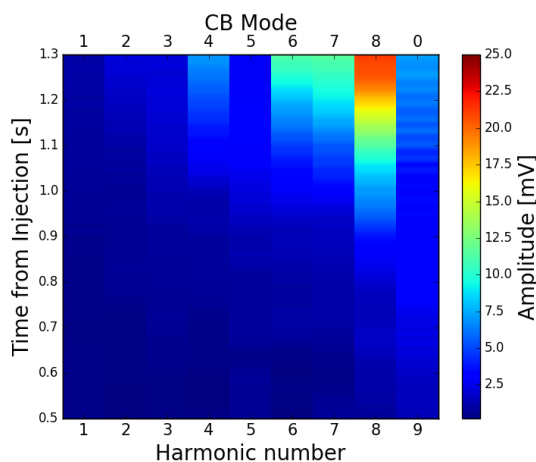


Figure 10: Amplitude of USB components.

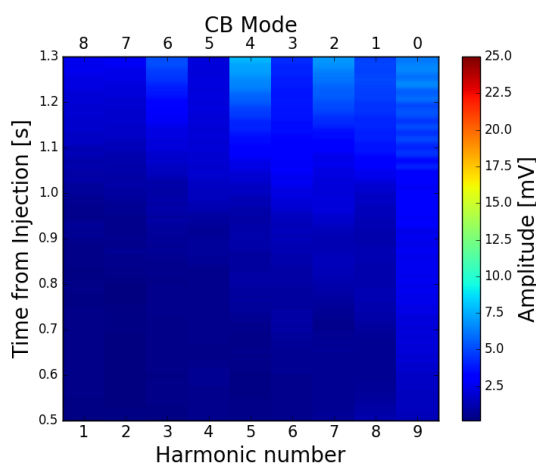


Figure 11: Amplitude of LSB components.

5. 考察

バンチ中心振動解析結果 (Figure 5) とハーモニクス振動解析結果 (Figure 10, 11) を比較すると、いずれも振動モード $n = 8$ が最も振動が顕著であることがわかる。おなじ振動モードでも、 $h = 1$ の LSB はあまり振動しておらず、 $h = 8$ の USB が主に振動している。Figure 5 から得られたバンチ中心振動のモード $n = 8$ の振幅の時間変化と、Figure 10 から得られた $h = 8$ の USB でモード $n = 8$ に相当する成分の振幅の時間変化を比べたものが、Figure 12 である。共に加速開始から 0.8 秒あたりで振動が始まり、振幅の増加傾向もほぼ同じであることが分かる。よって、解析に用いる物理量は異なるものの、いずれの手法も同じバンチ結合振動現象を観測していると考えられる。それぞれの手法の物理量間の定量的な関係に関しては今後の研究課題である。

いずれの解析結果においても、バンチ結合振動は単一モードのみならず複数のモードで振動している。これは MR のハーモニック数 $h_{RF} = 9$ に対してリング中のバンチ数が $N_b = 8$ であるためであると考えられる。

振動が顕著であるのは $h = 8$ の成分であった。この周波数域では加速空胴が有意なインピーダンスを持っているため (Figure 1)、ビームローディング補償で打ち

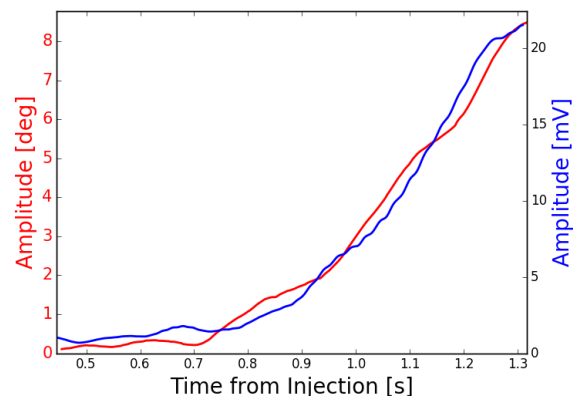


Figure 12: Comparison between Bunch Center Motion analysis (Red) and Harmonics analysis (Blue).

消しきれなかったインピーダンスが残っている場合には、バンチ結合振動の原因となり得る。

6. 対策

Figure 9 のように、ビーム信号のハーモニクス成分の振動がシンクロトロン振動数の計算値とよく一致するため、その近傍のみ透過する BPF を用いてビーム信号からシンクロトロン振動成分のみを検出できると考えられる。Figure 1 に示すように加速空胴は最も振動が顕著であるモード $n = 8$ に対応するハーモニック数 $h = 8$ の周波数域で有意なインピーダンスを持つため、BPF によって得られた振動成分の情報を元にフィードバック信号を加速空胴に対して与えることでビームの縦方向の振動を抑制するシステムの開発を予定している。

7. まとめ

J-PARC の MR ではニュートリノ実験への速い取り出しで取り出しビーム強度 470 kW を達成した。さらなる強度増加を実現する上での障害として、強度の増大に伴って顕著となるビームのバンチの縦方向振動が観測されたため、その原因究明と対策を行うために、バンチ結合振動モードの解析を行った。WCM の波形信号を元に、バンチ中心振動解析とハーモニック成分振動解析という二つの異なる手法によってバンチ結合振動のモードとそれに対応するハーモニクスを明らかにする手法を確立した。確立した手法を用いて実際のビーム信号を解析し、バンチ結合振動モードの同定を行った。二つの異なる手法を用いた解析の結果、いずれの手法を用いてもモード $n = 8$ の成分の振動が顕著であることが分かった。また、この振動成分がハーモニック数 $h = 8$ の USB 成分であることが分かった。

参考文献

- [1] T. Toyama *et al.*, Proc. PAC05, 2005, pp. 958-960.
- [2] F. Tamura *et al.*, PRST-AB, 16, 051002 (2013).
- [3] F. Pederson *et al.*, IEEE-TNS, NS-24, 1396 (1977)
- [4] H. Damerau *et al.*, Proc. PAC07, 2007, pp. 4180-4182.
- [5] B. Kriegbaum *et al.*, IEEE-TNS, NS-24, 1695 (1977).