

# ミュオン線形加速器におけるスピンドイナミクスシミュレーション SPIN DYNAMICS SIMULATION IN MUON ACCELERATOR

安田浩昌<sup>\*A)</sup>、飯沼裕美<sup>B)</sup>、大谷将士<sup>C)</sup>、河村成肇<sup>C)</sup>、北村遼<sup>D)</sup>、近藤恭弘<sup>D)</sup>、齊藤直人<sup>E)</sup>、  
佐藤優太郎<sup>B)</sup>、須江祐貴<sup>F)</sup>、竹内佑甫<sup>G)</sup>、中沢雄河<sup>B)</sup>、三部勉<sup>C)</sup>、山崎高幸<sup>C)</sup>、森下卓俊<sup>D)</sup>、四塚麻衣<sup>F)</sup>  
Hiromasa Yasuda<sup>\*A)</sup>, Hiromi Iinuma<sup>B)</sup>, Masashi Otani<sup>C)</sup>, Naritoshi Kawamura<sup>C)</sup>, Ryo Kitamura<sup>D)</sup>,  
Yasuhiro Kondo<sup>D)</sup>, Naohito Saito<sup>E)</sup>, Yutaro Sato<sup>B)</sup>, Yuki Sue<sup>F)</sup>, Yusuke Takeuchi<sup>G)</sup>,  
Yuga Nakazawa<sup>B)</sup>, Tsutomu Mibe<sup>C)</sup>, Takayuki Yamazaki<sup>C)</sup>, Takatoshi Morishita<sup>D)</sup>, Mai Yotsuzuka<sup>F)</sup>  
<sup>A)</sup>The University of Tokyo, <sup>B)</sup>Ibaraki University, <sup>C)</sup>KEK, <sup>D)</sup>JAEA,  
<sup>E)</sup>J-PARC Center, <sup>F)</sup>Nagoya University <sup>G)</sup>Kyushu University

## Abstract

One of the major problems in particle physics is the discrepancy of the anomalous magnetic moment of muons ( $g-2$ ) between the experimental and theoretical value about  $3.7 \sigma$ . This discrepancy suggests the physics beyond the standard model, and should be verified by an experiment with improved accuracy. We plan to conduct a different experiment at J-PARC than the previous one at the Brookhaven. This experiment for the muon  $g-2$  is to measure the muon spin dynamics, and it is important to understand the spin dynamics leading up to the measurement. In particular, our study shows that the correlation between momentum and spin direction systematically shifts the measured muon  $g-2$  value. In order to understand the momentum-spin correlation, it is necessary to understand the spin dynamics in the muon linear accelerator. Conventional simulations of the muon linear accelerator have been performed using multiple software programs, which have not been able to simulate spin dynamics. In order to solve this problem, an extension program using the General Particle Tracer (GPT) has been developed to calculate the spin dynamics. In this presentation, we will present the methods and results of the spin dynamics simulation of the muon linear accelerator using GPT.

## 1. はじめに

基礎的な物理量の一つとして、ミュオンの異常磁気能率 ( $g-2$ ) がある。 $g-2$  は理論的にも実験的にも高精度に求めることができることから、理論を検証するのに最適な物理量である。ブルックヘブン国立研究所 (BNL) で行われた先行実験では 0.54 ppm (parts per million) の精度でミュオン  $g-2$  を測定し [1]、標準模型の計算値 [2,3] との間に  $3\sigma$  を超える乖離が存在することがわかった。この結果は標準模型を超えた物理の存在を示唆している。この結果を検証するためにも、より高精度な実験が必要となる。

従来の実験では、陽子がミュオン生成標的に衝突した際に生じる  $\pi$  中間子などの崩壊によって生成されるミュオンを利用することで、大統計の実験を行っていた。しかし、二次粒子としてのミュオンを利用するために、エミッタンスが大きく、測定の系統誤差要因となっていた。J-PARC で行われる予定の実験 [4] では、J-PARC が供給する大強度ビームにより、ミュオン冷却と加速を組み合わせた低エミッタンスミュオンビームを利用することで従来の実験で問題となっていたビーム由来の系統誤差要因を排除することが可能になる。ミュオン線形加速器全体の基礎設計はすでに完了 [5] しており、現在は実機製作に向けた開発が行われている。ビームダイナミクスに基づいた開発が進んでいる一方で、スピンドイナミクスによる実験への影響の見積もり

も進んでいる。 $g-2$ /EDM 測定実験は蓄積リング中のミュオンビームのスピンドイナミクスを測定する実験であるため、ビームダイナミクスだけでなく、スピンドイナミクスによる影響も評価する必要がある。本論文ではまず、ビームダイナミクスとスピンドイナミクス相関による系統誤差として、スピン方向と運動量相関について第 2 節で説明し、本実験への要求値について導出する。次に第 3 節では、スピンドイナミクスのシミュレーション手法についてと各加速空洞での評価を行うための初期条件について述べる。第 4 節では、前節の手法と条件のもとに行なったスピンドイナミクスシミュレーションによる減偏極率とスピン方向と運動量相関についての結果を提示する。最後に第 5 節でまとめと今後の展望について議論する。

## 2. ビーム・スピンドイナミクス相関による系統誤差

本研究ではまず初めに、ビームとスピンドイナミクスの相関がミュオン  $g-2$  測定に与える影響について、ToyMC シミュレーションを用いて評価した。まず期待されるミュオン  $g-2$  信号について説明する。本実験では、均一磁場中におけるミュオンのスピン異常歳差運動の振動数  $\omega_a$  とミュオン  $g-2$  との関係を次のように得ることができる。

$$\omega_a = -\frac{eB}{2m_\mu}(g_\mu - 2). \quad (1)$$

ここで、 $e$  は素電荷、 $B$  は外磁場、 $m_\mu$  はミュオンの質量を意味する。このことから、均一磁場中にお

\* hyasuda@post.kek.jp

けるミューオンスピンのダイナミクスを測定することでミューオン  $g-2$  の値を測定することが可能である。ミューオンは崩壊する際にスピン方向に陽電子が放出されやすいため、陽電子数の検出数の時間変化がスピンの回転振動を表している。この際に期待される陽電子数の時間変化  $N(t)$  は次のように表せる。

$$N(t) = \frac{N_{e^+}}{\gamma\tau} e^{-t/\gamma\tau} [1 - PA \cos(\omega_a t + \phi)]. \quad (2)$$

ここで、 $N_{e^+}$  は検出陽電子数の総和、 $\gamma$  はローレンツ因子、 $\tau$  はミューオンの寿命、 $P$  はミューオンビームの偏極率、 $A$  は検出器系の analyzing power を意味する。この式に基づいて、ToyMC シミュレーションをし、得られたのが Fig. 1 である。

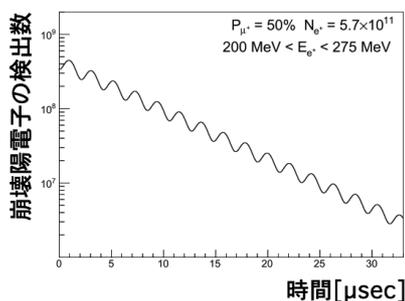


Figure 1: (left) Time dependence of detected positrons with the spin-momentum correlation. (right) The phase spread dependence of  $\Delta\omega_a$ .

次に、スピンドイナミクスとビームダイナミクスの相関の一例として、スピン方向と運動量の相関について導入する。均一蓄積磁場に入射される前のミューオンビームのスピン方向は、式 (2) における初期位相  $\phi$  と対応する。したがって、ビームの運動量とスピン方向の相関は次のように導入した。

$$\phi_i = k(\gamma_i - \gamma_0). \quad (3)$$

ここで、 $\phi_i$  は各粒子における式 (2) における初期位相、 $k$  は比例係数、 $\gamma_i$  は各粒子のローレンツ因子、 $\gamma_0$  はローレンツ因子の平均値を意味する。この式に基づいて得られた相関は Fig. 2 であり、ここではスピン方向  $\phi$  とローレンツ因子  $\gamma$  の相関は 100% の正の相関であると仮定している。

Figure 2 の相関分布を先程の検出陽電子数の時間変化の式 (2) に導入し、ToyMC シミュレーションで生成したデータに対して、式 (2) の関数でフィッティングを行った結果が Fig. 3 の左図である。フィッティングの精度は良いにも関わらず、 $\omega_a$  の値は真値に対して 1.4 ppm 変化することがわかった。このように、スピン方向と運動量の間に相関がある場合には本実験で得られるデータからは見分けることが難しい系統的变化が生じることがわかった。より定量的に本実験の精度 0.1 ppm への要求値を求めるために、100% 相関を仮定した場合のスピン方向の角度広が

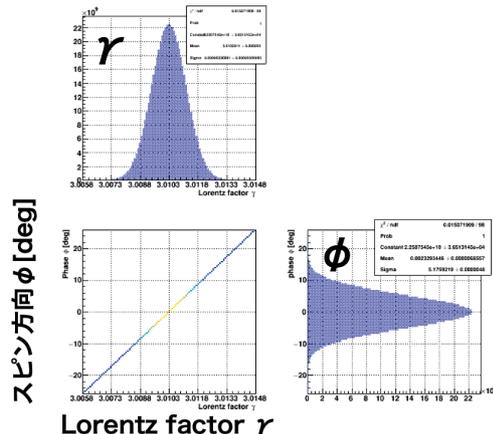


Figure 2: Spin-Momentum correlation in the case of  $k=100$ . In this paper, we assume the 100% correlation between spin direction and momentum to derive the requirement for the muon  $g-2$  measurement.

りとフィッティング結果による系統的变化を求めたのが Fig. 3 の右図である。このことから、ミューオン  $g-2$  の系統的变化とスピン方向の角度広がり、スピン方向と運動量が 100% 相関していると仮定すると、 $\Delta\omega_a/\omega_a = 0.47$  ppm に対しては  $\sigma_\phi \sim 1.8$  deg、 $\Delta\omega_a/\omega_a = 0.1$  ppm に対しては  $\sigma_\phi \sim 0.4$  deg のスピン方向の角度広がりが対応する。

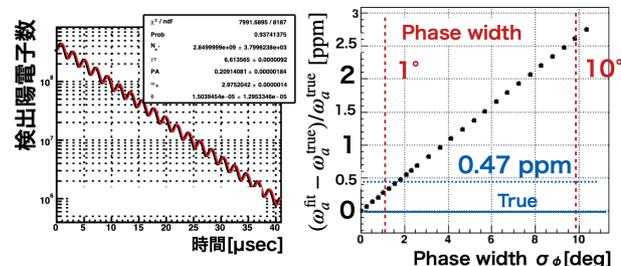


Figure 3: (left) Time dependence of detected positrons with the spin-momentum correlation. (right) The phase spread dependence of  $\Delta\omega_a$ .

以上の定量的評価をもとにし、現在のミューオン線形加速器の設計において、スピン方向と運動量の相関の有無の確認およびスピン方向の位相広がりについて、ミューオン  $g-2$  測定の要求値を満たすことを確認した。

### 3. シミュレーション手法

この節では現在のミューオン線形加速器の設計でスピンドイナミクスシミュレーションを行う際の手法と評価方法について説明する。まず、現在のミューオン線形加速器の設計は Fig. 4 である。ミューオンは電子よりも重く、陽子よりも軽い粒子であるため、ミューオン線形加速器は陽子加速器と電子加速器を組み合わせた 4 つの構造の加速空洞から構成される。

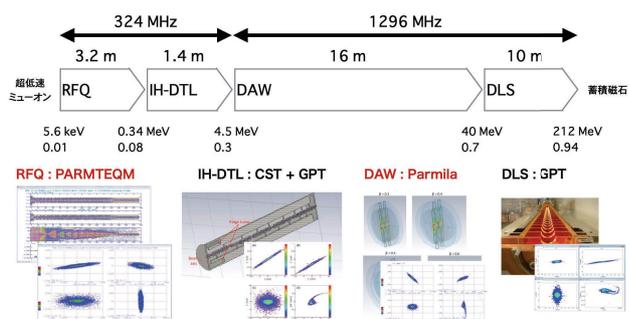


Figure 4: Muon LINAC overview. We replaced the simulation tool of RFQ and DAW to the General Particle Tracer(GPT).

設計段階では、各空洞においてそれぞれで最適なシミュレーションツールを利用していた。しかし、加速器の一般的なシミュレーションツールにはスピンダイナミクスが実装されていない。そのため本研究では、General Particle Tracer(GPT) [6] から各計算ステップの粒子・電磁場情報を抽出し、Runge-Kutta法を用いて T-BMT 方程式 [7,8] に基づいたスピンダイナミクスを計算した。RFQ や DAW などで行われているソフトウェア [9] は各セルごとでの計算のため、Runge-Kutta 法を用いている GPT のように各計算ステップにおける粒子情報を取り出すことができないために、全ての加速空洞のシミュレーションを GPT によるシミュレーションに置き換えた後にスピンダイナミクスシミュレーションを行った。

本シミュレーションで各加速空洞におけるスピンダイナミクスを評価するにおいて、次のような条件に統一して各加速空洞の結果を評価した。

1. 入射粒子の分布は超低速ミュオンの分布
2. 全加速空洞の入射ビームの偏極率  $P_z = 1$

#### 4. シミュレーション結果

前節のシミュレーションの手法と条件をもとに、各加速空洞におけるスピンダイナミクスシミュレーションの結果について以下の三つの項目について評価した。

1. 各加速空洞での減偏極率
2. スピン方向-運動量相関の有無
3. スピン方向の角度分散

まず、各加速空洞の減偏極率について求めるために、各加速空洞の出口における  $z$  方向の偏極率を減少 ( $P_z - 1$ ) を表したのが Fig. 5 である。この結果から、減偏極率は最大でも DAW のときで  $\Delta P_z = 1.4 \times 10^{-5}$  であることから、本実験での統計精度には全く影響がないことがわかった。

次に、各加速空洞によって生じるスピン方向と運動量の相関に関して評価した。スピン方向の角度を評価する際には、 $z$  軸を基準とし、ZX 平面での回転角  $\theta_{zx}$ 、ZY 平面での回転角  $\theta_{zy}$  のそれぞれの運動量との相関について考慮して示したのが Fig. 6 であ

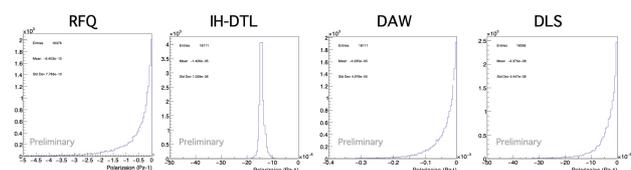


Figure 5: Muon beam polarization  $P_z$  at each acceleration cavity.

る。ほとんどの場合において、前節で取り扱ったようなスピン方向と運動量の相関は見られなかったが、IH-DTL における ZY 平面の回転角については負の相関が見られることがわかった。

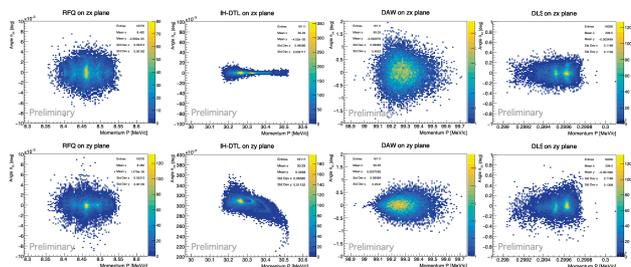


Figure 6: Correlation between the spin direction angle on (Top)ZX or (Bottom)ZY plane and momentum at each acceleration cavity.

最後に、ZX 平面と ZY 平面それぞれにおけるスピン方向の角度分散について示したのが Fig. 7 である。低運動量部である RFQ, IH-DTL ではスピン方向の角度分散は要求値である 0.4 deg よりも小さいが、高運動量部である DAW, DLS ではスピン方向の角度分散は  $O(0.1)$  deg 程度あるという結果になった。

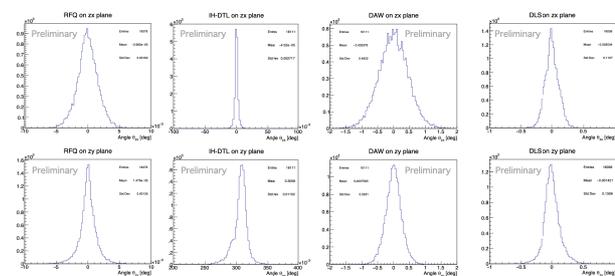


Figure 7: Spin direction angle spread on (Top)ZX plane and (Bottom)ZY plane at each acceleration cavity.

以上、Fig. 2 および Fig. 7 の結果から、スピン方向と運動量相関は IH-DTL において負の相関が見られるが、スピン方向の角度広がり  $\sigma_\phi = 0.012$  deg と、100% の相関を仮定した場合の要求値である  $\sigma_\phi = 0.4$  deg よりも小さいため、ミュオン  $g-2$  の測定へは問題がない。また、DAW ではスピン方向の角度広がり  $\sigma_\phi = 0.47$  deg と要求値と同程度であるが、スピン方向と運動量の相関は見られないため、こちらもミュオン  $g-2$  の測定には影響しない。以上のことから、各加速空洞単体での評価において、ス

ピン方向と運動量の相関によるミューオン  $g-2$  測定への影響はないものと考えられる。

## 5. まとめと今後の展望

J-PARC におけるミューオン  $g-2$ /EDM 測定実験では、ミューオン線形加速器による低エミッタンスミューオンビームの生成を目指している。本研究では、スピン方向と運動量の相関がミューオン  $g-2$  測定の系統誤差要因となることを示し、現在のミューオン線形加速器の設計においてミューオン  $g-2$  の 0.1 ppm 精度での測定への影響を General Particle Tracer と Runge-Kutta 法によるスピンドイナミクス計算シミュレーションによって評価した。その結果、IH-DTL でのみスピン方向と運動量相関が見られるが、IH-DTL で生じるスピン方向の角度広がりが必要値よりも小さいことから、本実験への影響は小さいと考えられることがわかった。今後は、製作誤差などによる電磁場分布の非対称成分が導入された場合のスピンドイナミクスの変化を調査し、本系統誤差の安定性について評価する。その後、超低速ミューオン源よりも上流部のスピン情報を組み合わせ、実験全体のスピンドイナミクスシミュレーションを通し、スピン方向と運動量相関の要求値を満たしていることを確認していく。

## 謝辞

本研究は、JSPS 科研費 JP18J22129, JP18H03707, JP15H05742 助成を受けたものです。

## 参考文献

- [1] G. W. Bennett *et al.*, Phys. Rev. D, 73, 072003 (2006).
- [2] A. Keshavarzi *et al.*, arXiv:1911.00367.
- [3] T. Aoyama *et al.*, arXiv:2006.04822.
- [4] M. Abe *et al.*, Prog. Theor. Exp. Phys. 2019, 053C02 (2019).
- [5] Y. Kondo *et al.*, Proceedings of IPAC18 (2018) 5041-5046.
- [6] <http://www.pulsar.nl/gpt/>
- [7] L.H. Thomas. The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science 3.13 (1927): 1-22.
- [8] V. Bargmann, L. Michel, and V. L. Telegdi, Physical Review Letters 2.10 (1959): 435.
- [9] [https://laacg.lanl.gov/laacg/services/serv\\_codes.phtml](https://laacg.lanl.gov/laacg/services/serv_codes.phtml)