

Table 1: Materials for Each Component

Components	Material
Vacuum duct	Ti (Type A), SUS316L (Type B)
End plate	SUS304
Side plate	SS400
Core	65EF1600

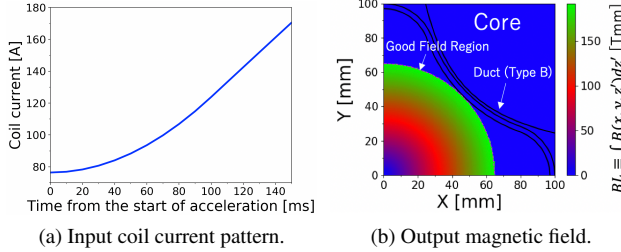


Figure 2: Input and output of the simulation.

力はモデル各点における磁場である。Figure 2a にコイルの入力電流パターン、Figure 2b に出力磁場の積分値を示す。本稿では Figure 2b のように Good Field Region 内部の磁場分布に注目しその範囲の結果を図示する事とする。ここで Good Field Region とは、Figure 3 に示す半径 65 mm の円の内部の領域であり、四極成分が相対誤差 0.05% 以下の精度で一様となるよう設計されている。以降、Good Field Region で許容された磁場精度 0.05% を単に「許容誤差」と呼ぶ。また、Figure 4 に示すように渦電流の大きさは $t \sim 105$ ms で最大となりその後ほぼ一定となる。本稿では $t = 110$ ms を磁場分布や電流分布の評価点とし、以降 $t_{\text{ref}} = 110$ ms とする。

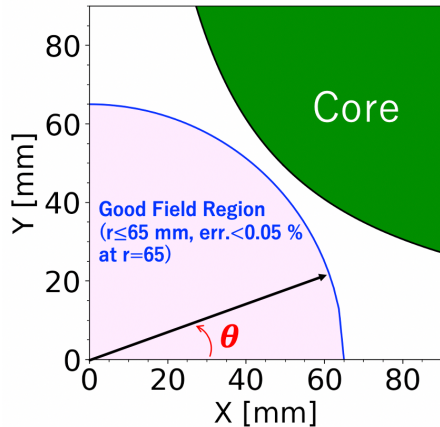


Figure 3: Good field region.

2.3 磁場計算精度の評価

シミュレーションで得られる磁場を $\vec{B}_{\text{sim}}$ 、その解析解を $\vec{B}_{\text{ideal}}$ とする。ここで磁場計算誤差を $\Delta B/B = \max[|B_{\text{sim}} - B_{\text{ideal}}|/B_{\text{ideal}}]$ と定義する。ただし $B_{\text{sim}} = |\vec{B}_{\text{sim}}|$ 、 $B_{\text{ideal}} = |\vec{B}_{\text{ideal}}|$ である。 $\Delta B/B$

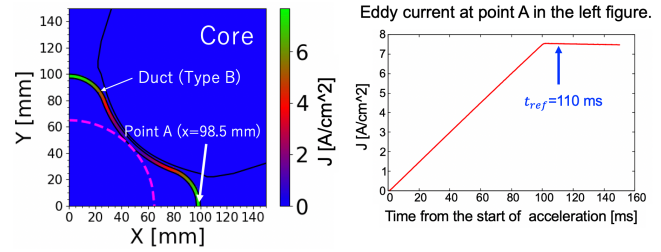


Figure 4: Eddy current evaluated at the wall of Type B vacuum duct in the simulation.

はメッシュ形状に依存する。 $\Delta B/B$ を正確に評価する事は困難であるため本シミュレーションではダクトなしモデルを用いて、 $\Delta B/B$ を

$$\Delta B/B \sim \max_{\theta} \left| \frac{B_{\text{sim}}(\theta) - |b_1|}{|b_1|} \right| \quad (1)$$

により評価した。ただし評価は Good Field Region の端の半径 65 mm の円周（以降「評価円」）上で行うこととし、 $B_{\text{sim}}(\theta) = |\vec{B}_{\text{sim}}(r = 65 \text{ mm}, \theta, z = 0)|$ である。 b_1 は $\vec{B}_{\text{sim}}$ の四極成分を表し、評価円上での 30 極成分までの極座標フィットにより求めた。本研究では渦電流による磁場応答の有意性を判定するにあたり、モデルの磁場計算誤差が許容誤差 0.05% に対し同程度以下となる事が重要である。各モデルの t_{ref} における磁場計算誤差の評価値は Type A で $\sim 0.03\%$ 、Type B で $\sim 0.01\%$ であり、いずれのモデルも条件を満たす。

3. 渦電流分布と磁場分布

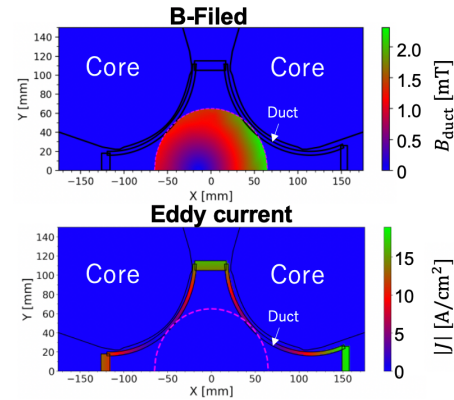


Figure 5: B-field and eddy current (Type A).

時刻 t_{ref} における、ダクト上渦電流による磁場分布と電流分布について考える。ここで磁場分布は、 $\vec{B}_{\text{duct}} \equiv \vec{B}_{\text{with duct}} - \vec{B}_{\text{no duct}}$ に対し $B_{\text{duct}}(x, y) = |\vec{B}_{\text{duct}}(x, y, z = 0)|$ で表す事とする。Type A と Type B についての磁場分布と電流分布をそれぞれ Figure 5、Figure 6 に示す。ただしダクト形状の対称性からそれぞれ半分、四分の一の領域を図示した。また Type A と Type B の磁場分布の比較を Figure 7 に示す。Figure 7 から、Type A のモデルでは磁場分布に大きな左右非対称

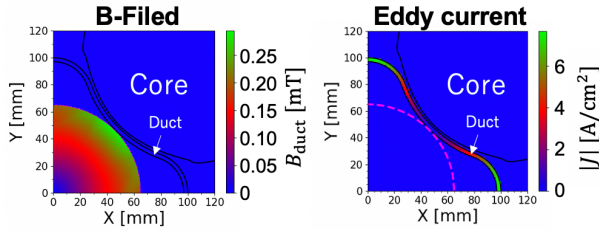


Figure 6: B-field and eddy current (Type B).

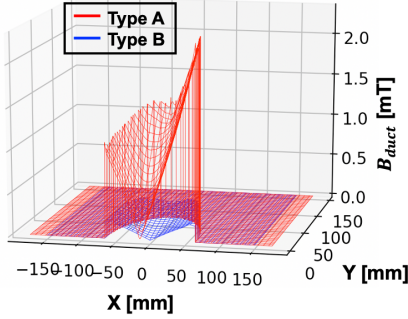


Figure 7: $B_{\text{duct}}(x, y)$ for Type A and Type B.

性が現れ、そのスケールも Type B に比べ 10 倍程度大きいことが分かる。この事は Type A のダクト壁が Type B に比べて厚い事¹、材質の電気伝導率が異なる事²、Type A のダクト形状が左右非対称である事、及び Type A のダクト壁が磁極の端を大きく覆った形状をしている事から定性的に理解される。以降ダクト壁上渦電流による磁場応答に対する定量的な評価を行う。

4. ダクト壁上渦電流による多極成分の評価

渦電流による多極成分の影響を評価するため、評価面上の磁場を

$$B_{\theta} + iB_r = \sum_{n=0}^{14} (b_n + ia_n) \left(\frac{r}{r_{\text{ref}}} \right)^n e^{i(n+1)\theta} \quad (2)$$

でフィットし各多極成分の大きさを求めた。 b_n 及び a_n はそれぞれ $2n + 2$ 極の Normal 成分と Skew 成分であり、 $r_{\text{ref}} = 65$ mm である。Figure 8 に各多極成分を示す。ただし各成分は四極の Normal 成分 b_1 で規格化している。各モデルについて多極成分の生成による磁場分布の理想的な四極磁場からのずれ（以降「非一様性」）を

$$\left| 1 - \frac{\sum_{n=0}^{14} b_n}{b_1} \right| \times 100[\%] \quad (3)$$

で評価すると Type A で 0.6%, Type B で 0.04% となる。従って、Type B のモデルでは非一様性が許容誤差 0.05% と同程度に保たれる一方、Type A では許容誤差に対し

¹ Type A は最も薄い箇所 4 mm, Type B は一様に 3 mm の厚さである。

² Type A は Ti で電気伝導率 ~ 1.8 MS/m, Type B は SUS316L で電気伝導率 ~ 1.3 MS/m である。

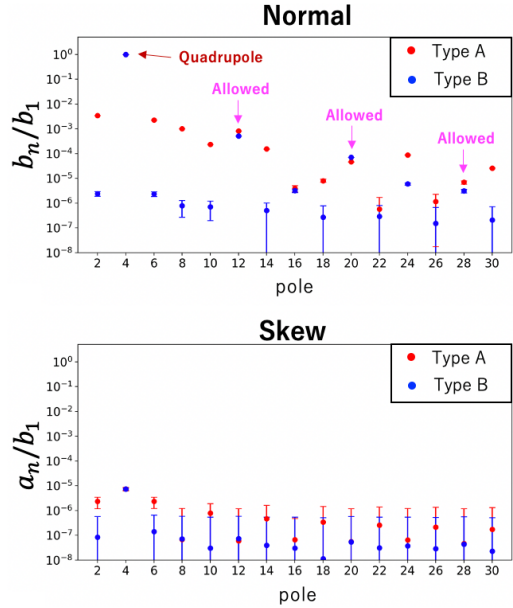
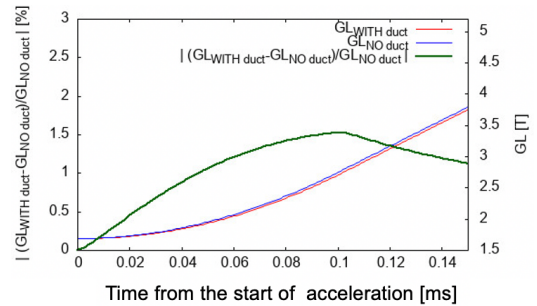


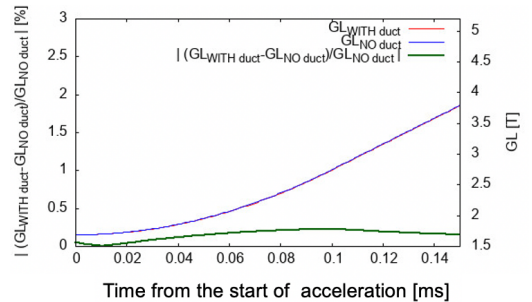
Figure 8: Multipole components for each model.

て 10 倍程度の非一様性が見られる事がわかる。また、Figure 8 より Type A では渦電流が低次の各多極成分を同程度に増加させそれぞれが非一様性に寄与している事が分かる。Skew 成分では各成分の大きさが小さく、渦電流による影響が小さいと考えられる。

5. ダクト壁上渦電流による磁場の過渡応答



(a) Type A



(b) Type B

Figure 9: Transient response of GL value for each model.

四極成分の過渡応答について考える。ここで $G \equiv$

$\frac{\partial B_y}{\partial x}|_{x=y=0}$ として $GL \equiv \int G(z)dz$ と定義する。 GL 値は $\frac{q}{p} \cdot GL$ により四極磁場の収束作用における焦点距離の逆数を与える量である。ただし p はビーム運動量、 q は電荷である。本シミュレーションでは各時刻について $y = 0$ 平面内の直線 $x = -20, -10, -5, 0, 5, 10, 20$ で B_y を z 方向に積分し、 x に対する多項式フィットから GL 値を求めた。さらにダクトありとダクトなしの両モデルで計算を行い、 GL 値の相対誤差 $|(GL_{\text{withduct}} - GL_{\text{noduct}})/GL_{\text{noduct}}|$ により過渡応答を評価した。Type A における結果を Figure 9a、Type B における結果を Figure 9b に示す。過渡応答の最大値は Type A で 1.5% 程度、Type B で 0.2% 程度である。MR の主電磁石電源では電流指令値から出力電流値への追従誤差の補正が 0.01% 程度の精度で行われており、渦電流による磁場の過渡応答はその精度に対して有意である。特に Type A では電源における追従誤差補正の精度に比べ非常に大きな応答が見られる事が分かる。

6. まとめ

本研究では MR の四極電磁石について、2 種類のダクト Type A と Type B のダクト壁上渦電流による加速初期の磁場応答を評価した。多極成分について、Type B では渦電流による有意な影響が見られなかった一方 Type A では許容誤差の 10 倍程度の多極成分が誘起されることが分かった。また、四極成分の過渡応答については両方のモデルで主電磁石電源の追従誤差に対して有意な応答が見られた。特に Type A では主電磁石電源における追従誤差補正の精度 0.01% に比べ非常に大きい最大 1.5 % 程度の四極成分の過渡応答を引き起こす事が示された。

7. 展望

本研究の結果を踏まえ、トラッキングコードを用いたビームロスへの影響の評価を行った上で、トリムコイル電源の設置や電源電流パターンの最適化などによる過渡応答の補正方法を検討する。また、MR の他の電磁石と真空ダクトの組み合わせについて同様の計算を行っていく。

参考文献

- [1] S. Igarashi *et al.*, “Accelerator design for 1.3-MW beam power operation of the J-PARC Main Ring”, Progress of Theoretical and Experimental Physics 2021(3); DOI:10.1093/ptep/ptab011
- [2] https://www.aetjapan.com/software/CST_Overview.php
- [3] T. Asami *et al.*, “A simulation study of beam pipe eddy current effects on beam optics”, to be published in Proceedings of the 12th International Particle Accelerator Conference, Online, May. 2021.