

Muon g-2/EDM 実験用蓄積磁石の鉄ヨークチャンネル内磁場線形性の評価および 中心軌道設計

EVALUATION OF MAGNETIC FIELD LINEARITY IN IRON YOKE CHANNEL AND CENTER ORBIT DESIGN OF MUON g-2/EDM EXPERIMENTAL STORAGE MAGNET

飯沼裕美^{*,A)}, 阿部充志^{B)}, 小川真治^{B)}, 大谷将士^{B)}, 佐々木憲一^{B)}, 三部勉^{B)}, 高柳智弘^{C)}

Hiromi Iinuma^{*,A)}, Mitsushi Abe^{B)}, Shinji Ogawa^{B)}, Masashi Otani^{B)}, Ken'ichi Sasaki^{B)}, Tsutomu Mibe^{B)},
 Tomohiro Takayanagi^{C)}

^{A)} Ibaraki University, ^{B)} KEK, ^{C)} JAEA

Abstract

In the J-PARC Muon g-2/EDM experiment, a Muon beam with a momentum of 300 MeV/c is accumulated in a solenoid-type superconducting electromagnet (center magnetic flux density 3T) in an orbit with a diameter of 0.66 m. In order to inject the beam into the static magnetic field which is precisely adjusted storage area inside the storage magnet of the size of a medical MRI, a channel with an incidence angle of 26 degrees is provided in the iron yoke surrounding the magnet to allow the beam to pass from the upstream transport line. Since the magnetic flux density in the solenoid axis direction changes from 0T to 2T at the entrance and exit of the iron yoke channel, it must be taken into account that the beam center trajectory curves gently inside the cylindrical channel. Furthermore, the magnetic field distribution at the channel exit on the iron yoke side has a complicated shape, and the spread of the beam phase space must be kept within the range that allows linear approximation.

1. はじめに

J-PARC Muon g-2/EDM 実験 [1] では、ソレノイド型超電導電磁石内 (中心磁束密度 3T) に運動量 300MeV/c の Muon ビームを直径 0.66 m の軌道で蓄積し、異常磁気能率 (g-2) の超精密測定と EDM 探索を行う計画である。医療用 MRI サイズの蓄積電磁石内部の精密調整された蓄積領域へ静磁場へビーム入射を行うため、磁石を囲む鉄ヨークにビーム通過用に入射角 26 度のチャンネル設け上流輸送ラインからのビームを通す。本論文では鉄ヨークチャンネル内のビーム中心軌道と、チャンネル入口・出口における、強い X-Y 結合をもつ位相空間の評価結果を報告する。

本論文では断りのない限り、座標系は蓄積磁石中心を原点とし、ソレノイド軸を Z 軸とする。蓄積磁石の詳細は論文 [2-6] を参照のこと。Z 軸方向のビーム運動の制御をするキッカー装置、弱収束磁場分布の詳細は論文 [7, 8] を参照のこと。また、蓄積磁石内部のビーム診断装置について、[9] を参照のこと。

2. 鉄ヨークビームチャンネル内の磁場分布

Figure 1 に蓄積磁石断面図と 3 次元らせん軌道の概要を示す。鉄ヨークにはチャンネル以外に磁場調整用シム鉄を挿入する穴も開いている為チャンネル内は局所的に磁場分布が変わる。また鉄ヨーク直下の内側は 2T の強い磁場になっている為、鉄ヨーク側のチャンネル出口での磁場分布が複雑な形状になり、線形近似の許される範囲内にビーム位相空間の広がりや留めねばならない。更に、鉄ヨークチャンネルの入り口と出口ではソレノイド軸方向の磁束密度が 0T~2T へと変わるため円筒形のチャンネル内部でビーム中心軌道を緩やかに曲がること

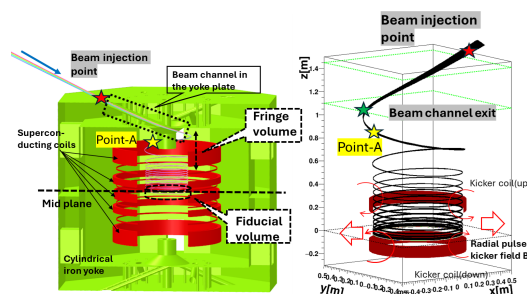


Figure 1: Left: Cross-section view of the storage magnet. Right: Outline of 3-D spiral injection.

も考慮せねばならない。

Figure 2 に鉄ヨーク部の断面、チャンネル形状を示す。ビームチャンネルの中心線は Y=44cm の X-Z 面上にある。チャンネル中心、中心の周りに 1cm ずつずらした線状に沿った磁場分布を B_x , B_y , B_z の 3 成分で示す。鉄ヨークにはチャンネル以外に磁場調整用シム鉄を挿入する穴も開いている為チャンネル内は局所的に磁場分布が変わる。

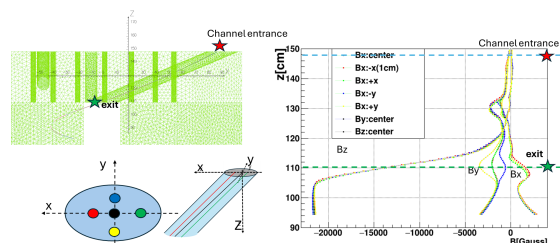


Figure 2: Left: Cross-section view of the channel in the yoke. Right: Magnetic field distribution along the lines inside the channel. Colors corresponds to different lines.

* hiromi.iinuma.spin@vc.ibaraki.ac.jp

Figure 3、およびに Fig. 4 にビームチャンネル入口 ($z=145\text{cm}$)、出口 ($z=110\text{cm}$) における磁場 3 成分の 1 階偏微分の大きさを等値線図の色で示す。各図に示す 6 つの図のうち上段は $\partial B_x/\partial x$, $\partial B_y/\partial y$, $\partial B_z/\partial y$ の順に、下段は $\partial B_x/\partial x$, $\partial B_y/\partial x$, $\partial B_z/\partial x$ を示す。入射ビームのピッチ角の広がりを少なくするには、 B_y の空間分布が小さい部分を狙ってビームを通す、すなわち $\partial B_y/\partial y$ 及び $\partial B_y/\partial x$ が小さい領域を選んでビームを通さねばならない。また、黒い分布とピンク色の分布は入射ビーム軌道分布の $Z=145\text{cm}$, 110cm での X - Y 面でのスライスを示す。有限な空間分布をもつビームに対し、極力、 $\partial B_y/\partial y$ が小さい場所にビームを通すようにし、入射中のピッチ角の広がりを最小限にするよう、中心軌道を選んでいる。また、Fig. 3、およびに Fig. 4 のビーム断面形状を比較すると、チャンネル通過中に磁場の影響でビームの X - Y 断面形状が回転していることがわかる。

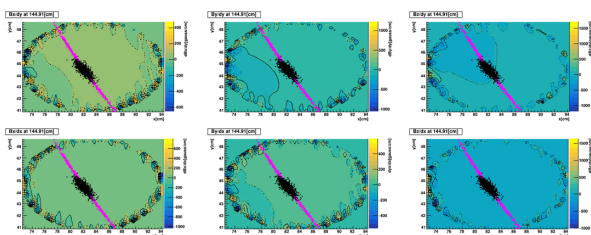


Figure 3: First order partial derivatives of the magnetic field in the channel at $Z=145\text{cm}$. The upper row shows the partial differential of the y component of B_x , B_y , and B_z , and the lower row shows the partial differential of the x component.

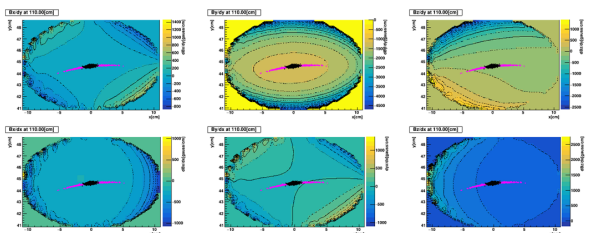


Figure 4: First order partial derivatives of the magnetic field in the channel at $Z=95\text{cm}$. Each plot is aligned same order as Fig. 3.

3. 蓄積磁石内部の軌道計算

3次元螺旋軌道のイメージは既に Fig. 1 に示したが、改めて Fig. 5 の左に Point-A ($Z=95\text{cm}$) からの入射軌道の Z 座標とピッチ角 (z') を示す。また、右側に、入射キック終了直後に時間スライスした Z 成分位相空間を示す。黒い軌道群 (type-B) とピンク色の軌道群 (type-A) は、Fig. 3, Fig. 4 のビーム分布に対応している。青実線、青点線の楕円は弱収束磁場により垂直ベータトロン振幅 (VBO) が 50mm 以内、 100mm 以内となる領域を示す。蓄積領域内の弱収束および垂直ベータトロン振動については論文 [8-10] の議論を参照のこと。

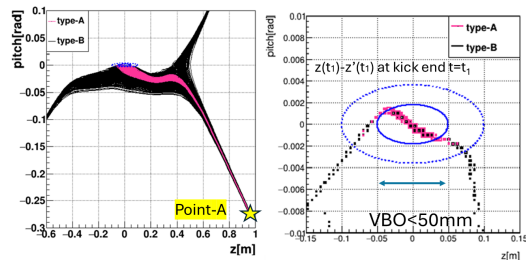


Figure 5: Left: Injection trajectories in vertical component. Right: Vertical phase space at the end of the vertical kick.

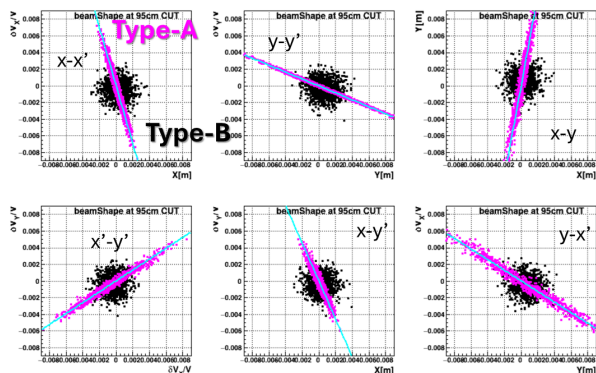


Figure 6: Phase spaces in the beam coordinates at $z=95\text{cm}$, point-A as in Fig. 1. Here, the beam coordinate system has the beam center as the origin and the direction of movement as the Z axis. The figure shows the phase space X - X' , Y - Y' , X - Y in the horizontal direction (on the X - Y plane) of the beam coordinate system in the upper row, and the lower row shows X' - Y' , X - Y' , Y - X' .

Figure 6 に $Z=95\text{cm}$ における、ビームの 4次元位相空間をビーム座標系で示す。ビーム座標系はビーム中心を原点にし、進行方向を Z 軸に取る。図はビーム座標系の横方向 (X - Y 平面上) の位相空間 X - X' , Y - Y' , X - Y を上段に、 X' - Y' , X - Y' , Y - X' を下段に示す。また、 $Z=95\text{cm}$ の各軌道を $Z=145\text{cm}$ までさかのぼった際のビーム座標系で示した 4次元位相空間を Fig. 7 に示す。ピンク色の点群: Type-A は強い相関を持つことがわかる。これらの傾きから 3次元らせん入射をする上で必須となる X - Y 結合の調整に必要な Twiss-parameter を決定 [2] し、SAD を用いたビーム輸送ラインの設計 [3] に反映している。詳細は各論文を参照のこと。

4. ビームチャンネル入口における位相空間の主成分評価

Figure 7 に $Z=145\text{cm}$ 付近のビーム座標系での位相空間をしめしたが、Fig. 8 では、蓄積磁石中心に固定した座標系で見た、ビーム空間分布、および速度分布を示す。ただし、基準軌道をビーム中心にとり、基準軌道が $Z=145\text{cm}$ を通過する時刻でタイムスライスしたものを、基準座標とのズレの分布を示している。ピンク色分布: type-A を示しており、これは蓄積後の VBO 振幅が 5cm 以内の理想的な入射分布である。

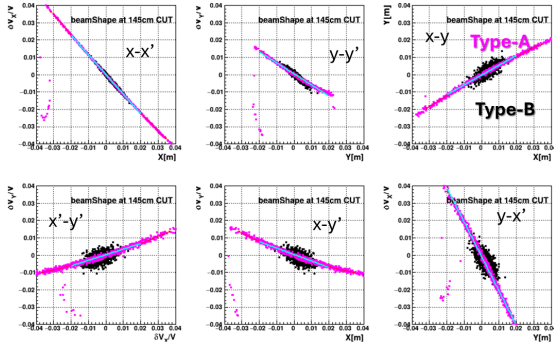


Figure 7: Phase spaces in the beam coordinates at $z=145\text{cm}$, at injection point as in Fig. 1.

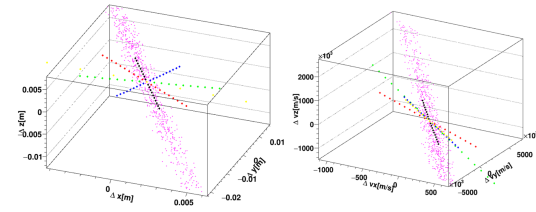


Figure 8: Left: differential spatial distribution of beam in global coordinate respect to the center of the beam (pink). Right: The same for differential velocity distribution (pink). Directions of 5 vectors from singular value decomposition (black, red, green, blue and yellow).

この分布から Eqs. (1), (2) に示すように、全運動量を一定として、3つの角度を導入し、5次元の位相空間を定義する [8, 11]。

$$\sin(\psi) = \frac{p_z}{|p|}, \quad \cos(\phi) = \frac{p_x}{\sqrt{p_x^2 + p_y^2}}. \quad (1)$$

$$\cos(\eta) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}. \quad (2)$$

n 個の粒子を 5 次元パラメータで表す非正則行列 $n \times 5$ matrix \mathcal{M}_{pink} を以下 Eq. (3) に定義する。

$$\mathcal{M}_{pink} = \begin{pmatrix} \Delta r_1 & \Delta z_1 & \Delta \eta_1 & \Delta \phi_1 & \Delta \psi_1 \\ \Delta r_2 & \Delta z_2 & \Delta \eta_2 & \Delta \phi_2 & \Delta \psi_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \Delta r_n & \Delta z_n & \Delta \eta_n & \Delta \phi_n & \Delta \psi_n \end{pmatrix} \quad (3)$$

ただし、 $\Delta r = |\vec{r}_0| - \bar{r}$, $\Delta z = z_{g0} - \bar{z}_g$, $\Delta \eta = \eta_0 - \bar{\eta}_g$, $\Delta \psi = \psi_0 - \bar{\psi}_g$, $\Delta \phi = \phi_0 - \bar{\phi}_g$ である。 n は Fig. 8 に示すピンク色点群の数を示し、 \bar{r} , $\bar{\eta}$, \bar{z}_g , $\bar{\psi}$, および $\bar{\phi}$ は、ピンクの点群の中心値を示す。

特異値分解法を用いて、行列 \mathcal{M}_{pink} の i 番目特異値とそれに対応する i 番目の特異値ベクトルを求める：

$$\vec{q}_i = (q_{ri}, q_{zi}, q_{\eta i}, q_{\phi i}, q_{\psi i}) \quad (4)$$

この分布から得た、特異値分解の 1 番～5 番目の固有ベクトルの方向を黒、赤、緑、青、黄色の順で、Fig. 8 に示している。ただし、特異ベクトルが 5 次元だが、表現

は 3 次元に変換した形にしている。Figure 8 に示すピンク色の位相空間分布と、最も大きい固有値をもつ 1 番目の固有値ベクトルの方向 (黒点) が合っており主成分となることがわかる。1 番目から 5 番目までの 5 次元の特異ベクトルの各成分 (Eq. (3)) の分布を、1～5 番目の特異値と共に Fig. 9 に示す。次に、Fig. 7 等 に示した Type-2 の黒い分布：全粒子数 N から成る $N \times 5$ の \mathcal{M}_{black} 行列を準備する。その行列と先に求めた $i=4$ 番目、5 番目固有ベクトルを掛け合わせ、次の残差ベクトルを算出する： $\vec{d}_i = \mathcal{M}_{black} \vec{q}_i$ 。

この残差ベクトル \vec{d} はピンク (type-1) と黒 (type-2) のサブグループの分離に都合の良いパラメータであると言える。つまり、ピンク (Type-1) で示す分布は 5 次元位相空間で定義されるある平面上に存在し、固有ベクトル \vec{q} はその平面の法線ベクトルを示す。この情報を利用して、Fig. 10 に示すように、は赤と黒のサブグループの分離されるので、ビーム調整の具体的な目標パラメータを得る。

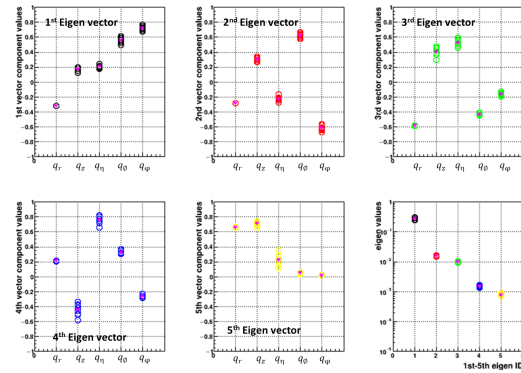


Figure 9: Five components of the 1st to 5th eigenvectors \vec{q}_i , as well as eigen values in the right bottom plot. To confirm stability of these eigen vectors of singular value decomposition, several we tried singular value decomposition in several sub-sets.

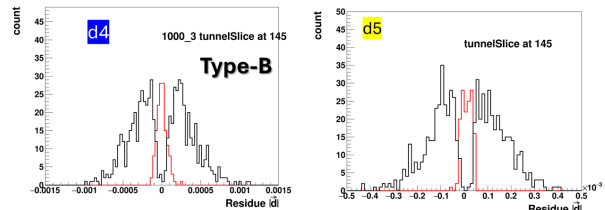


Figure 10: The results of evaluating the residual of the black distribution shown in Fig. 5 using the singular vectors corresponding to the fourth and fifth singular values are shown. If the phase space immediately after the kick is within the VBO amplitude of 5 cm, the red histogram is shown, and if it is not, the black histogram is shown. It can be seen that there is a correlation with the magnitude of the residual error.

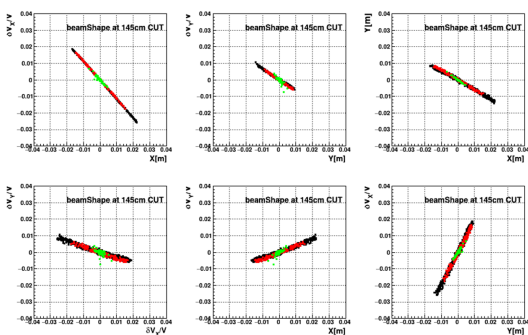


Figure 11: A comparison of four-dimensional phase spaces at $Z=145\text{cm}$ is shown. Black is ideal for Type-A, the red color is a model that is generated based on singular vectors. Green colored phase space distribution is obtained by the previous methods [2,3], assuming expected emittance from the upstream design.

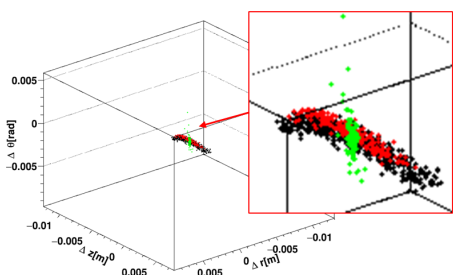


Figure 12: The same data set as in Fig. 11 but expressed differently, in the coordinate system centered on the storage magnet. The radial distance is deviations from the reference orbit Δr , Δz and the angle between the each particle's position vector and momentum vector $\Delta\theta$.

4.1 特異ベクトルから再構成する位相空間の評価

Figure 11 の左に $Z=145\text{cm}$ 点でのビーム座標系で示した 4 次元位相空間の比較を示す。黒色が Type-A の理想的な入射となるお手本、赤色が特異ベクトルをもとに生成した位相空間分布、緑色は今までの方式 [2,3] に基づき Twiss-parameter から算出した位相空間を示す。緑色の分布のみ、想定されるエミッタンスに基づく位相空間にしている。

Figure 12 に Fig. 11 と同じ分布だが異なる表現で示した散布図を示す。蓄積磁石中心の座標系で、径方向の距離の基準軌道からのズレ Δr , Δz そして、個々のビーム粒子の位置ベクトルと運動量ベクトルの成す角度の基準軌道との差 $\Delta\theta$ の相関である。手本となる黒の分布に対し、特異ベクトルを用いて構成した赤い分布は相関形状がにているが、緑の分布は明らかに異なる。これは、緑の分布はビーム座標系の 4 次元位相空間の情報のみを用いているためと考えられる。

Figure 13 に、 $Z=95\text{cm}$ におけるビーム座標系の 4 次元位相空間分布を示す。Figure 12 で示唆した相違が、 $z=95\text{cm}$ 地点で示すこの図では、明らかに黒（手本）と赤（特異ベクトルから生成）や緑（今までの方式 [2,3]）とは異なることがわかる。この差異は蓄積領域内部で垂

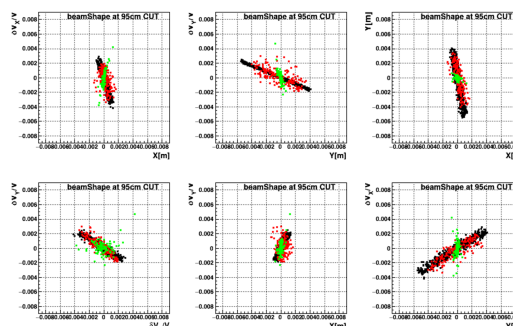


Figure 13: Beam phase space at $Z=95\text{cm}$ is shown. A difference introduced in Fig. 12 causes the bigger differences among black, red and green distribution at $z=95\text{cm}$, although there is no obvious difference in Fig. 11.

直キックを受けた後の蓄積領域における VBO 振幅の増大につながる事が分かっているため、この差異を出来るだけ小さくせねばならない。すなわち、 $Z=145\text{cm}$ での位相空間の精密調整方法を検討すると同時に、 $Z=95\text{cm}$ 地点の磁石内部に於いても位相調整用装置を設置することを検討している。

4.2 まとめと今後

3 次元螺旋軌道のための位相空間の理解を進めている。鉄ヨークチャンネルの空間的に非線形な磁場分布や、3 次元的な入射は 4 次元位相空間では十分に表現できず、5 次元まで拡張した表現方法が必要であることがわかってきた。本論文では 5 次元位相空間を定義し、特異値分解による主成分解析を試みた。その結果、Fig. 12 で示す位相空間の理想とのズレが、蓄積領域内での VBO 振幅の増大を示唆していることがわかってきた。今後は、 $Z=145\text{cm}$ 、および $Z=95\text{cm}$ 地点の磁石内部にも位相調整用装置を設置することを検討し、実際のビーム制御装置に対する仕様値の決定に取り組む。

謝辞

本研究は科研費 JP19H00673 と JP20H05625 の助成を受けています。

参考文献

- [1] M. Abe *et al.*, Progress of Theoretical and Experimental Physics, Volume 2019, Issue 5, May 2019, 053C02. doi:10.1093/ptep/ptz030
- [2] H. Iinuma *et al.*, Nucl. Instru. Meth. A 832, 51 – 62, 2016. doi:10.1016/j.nima.2016.05.126
- [3] H. Iinuma *et al.*, IEEE Transactions on Applied Superconductivity, vol. 32, no. 6, pp. 1-5, 2022, Art no. 4004705. doi:10.1109/TASC.2022.3161889
- [4] 阿部充志, 他, 「g-2/EDM 精密計測用ミューオン蓄積磁石内の軌道シミュレーション用 2D 磁場再構成」, 第 19 回日本加速器学会年会, WEP035, 2022 年 10 月 18 日, pp. 605-609. https://www.pasj.jp/web_publish/pasj2022/proceedings/PDF/WEP0/WEP035.pdf
- [5] M. Abe *et al.*, IEEE Transactions on Applied Superconduc-

- tivity vol. 32 no. 6 pp. 1-5 2022. Art no. 4007505.
doi:10.1109/TASC.2022.3190247
- [6] 阿部充志, 他, 「g-2/EDM 精密計測用ミューオン蓄積磁場一様化の受動シミング機構の設計」, 本年会 (第 21 回日本加速器学会年会), WEOA06, 2024 年 8 月 1 日.
- [7] 飯沼裕美, 他, 「J-PARC muon g-2/EDM 実験用ビーム入射キッカーの磁場設計」, 第 19 回日本加速器学会年会, TUP036, 2022 年 10 月 18 日, pp. 218-223. https://www.pasj.jp/web_publish/pasj2022/proceedings/PDF/FROB/FROB05.pdf
- [8] 飯沼裕美, 他, 「J-PARC muon g-2/EDM 実験用ビーム入射キッカーの磁場設計」, 第 20 回日本加速器学会年会, THP04, 2023 年 8 月 31 日, pp. 674-679. https://www.pasj.jp/web_publish/pasj2023/proceedings/PDF/THP0/THP04.pdf
- [9] 小川真治, 他, 「J-PARC muon g-2/EDM 実験における精密な 3 次元ビーム入射のための蓄積ビームモニター」, 第 20 回日本加速器学会年会, THOA2, 2023 年 8 月 31 日, pp. 136-140. https://www.pasj.jp/web_publish/pasj2023/proceedings/PDF/THOA/THOA2.pdf
- [10] S. Ogawa *et al.*, “Beam storage monitor to achieve 3-D spiral injection in muon g-2/EDM experiment at J-PARC”, in *Proc. IPAC'24*, Nashville, TN, May 2024, pp. 2922-2924. doi:10.18429/JACoW-IPAC2024-THAD1
- [11] H. Iinuma *et al.*, “Beam alignment strategy at the beam transport line for J-PARC muon g-2/EDM experiment”, in *Proc. IPAC'24*, Nashville, TN, May 2024, pp. 2323-2326. doi:10.18429/JACoW-IPAC2024-WEPG46