マイクロバンチの空間コヒーレント成分抽出によるFELシミュレーションの高速化

田中隆次
理研放射光センター

FEL方程式

6次位相空間における
個々の電子の運動方程式

$$\frac{d\boldsymbol{p}_j}{dt} = -e(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v}_j \times \boldsymbol{B}_u), \quad \frac{d\boldsymbol{r}_j}{dt} = \boldsymbol{v}_j$$

$$\left[\boldsymbol{\nabla}_\perp^2 + 2i\frac{\omega}{c}\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial z}\right)\right]\tilde{\boldsymbol{E}}(\boldsymbol{r}_\perp, z, t) \propto b(\boldsymbol{r}_\perp, z, t)\boldsymbol{J}_\perp(z, t)$$

光増幅を記述する
波動方程式

光電場
複素振幅

マイクロ
バンチ

マイクロバンチ因子 $b(\boldsymbol{r}_\perp)$

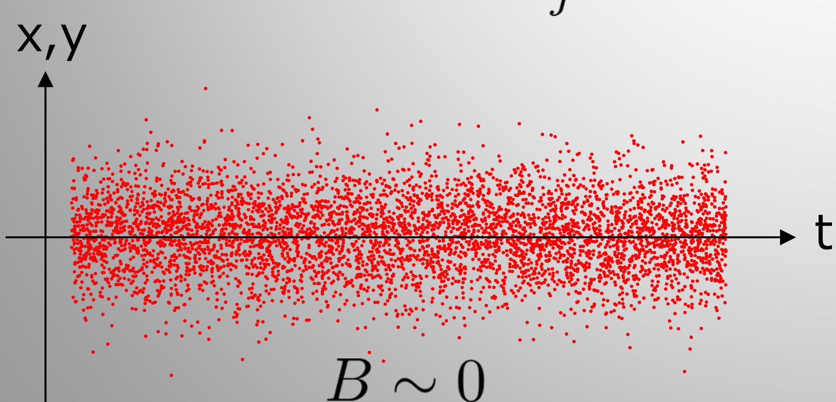
$$b(\boldsymbol{r}_\perp) = \frac{1}{N}\sum_{j}^{N} \delta(\boldsymbol{r}_\perp - \boldsymbol{r}_{\perp j}) \exp(-i\psi_j)$$

積分

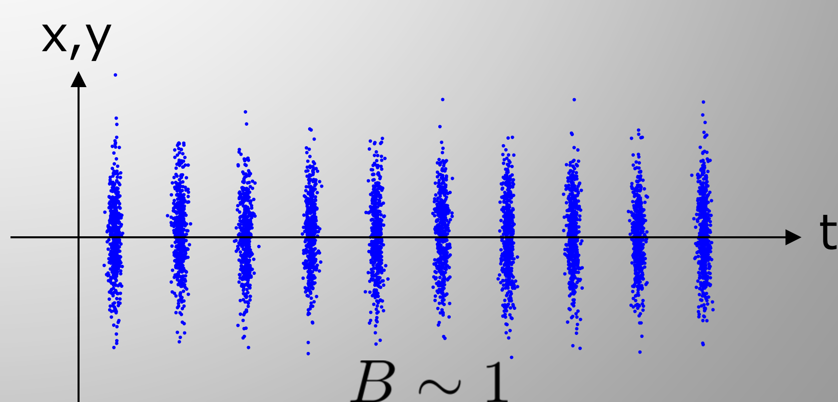
座標 $\boldsymbol{r}_\perp$におけるマイクロバンチ状態
➡ 局所バンチ因子

$$B = \frac{1}{N}\sum_{j}^{N} \exp(-i\psi_j)$$

(広域)バンチ因子



$B \sim 0$

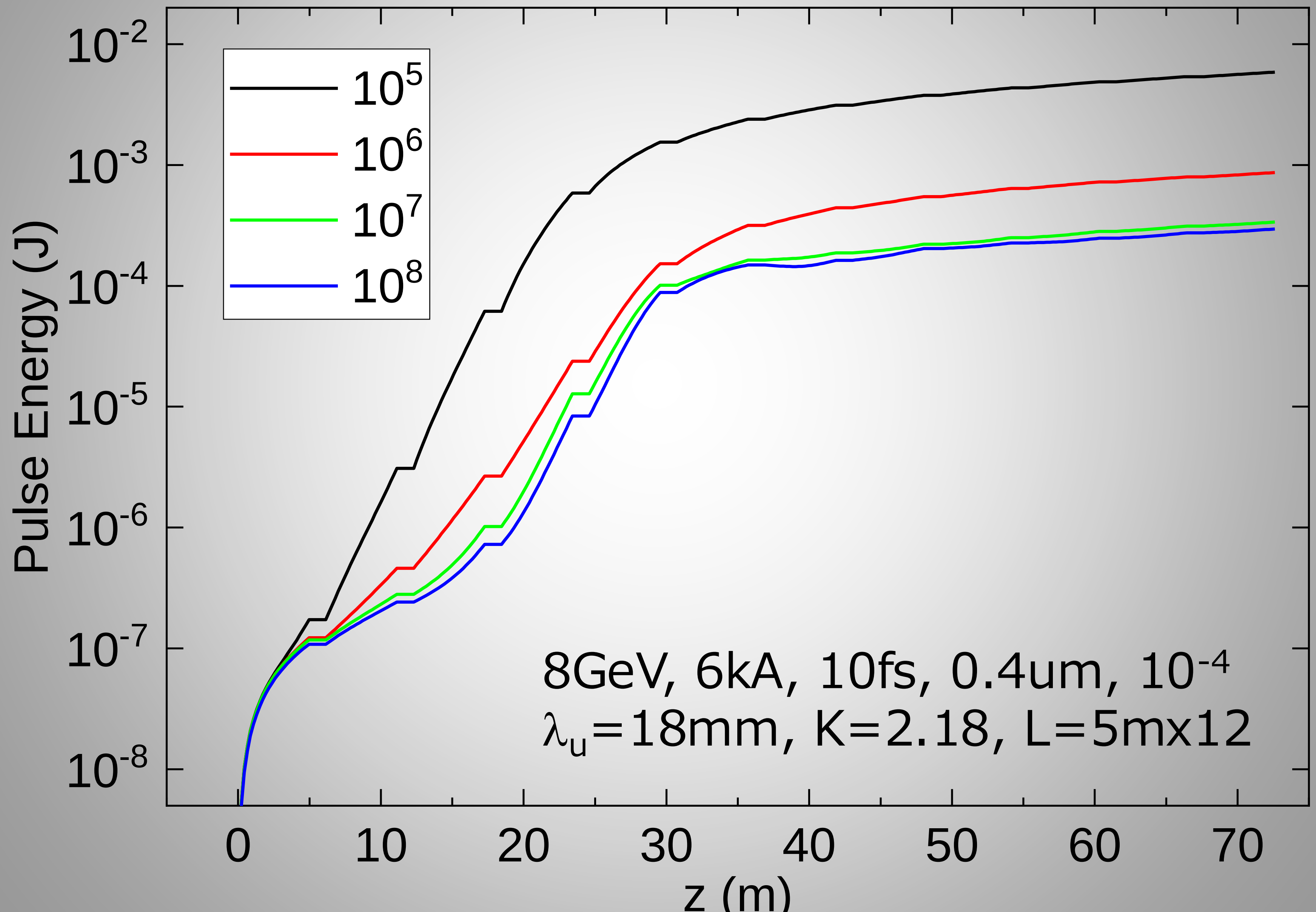


$B \sim 1$

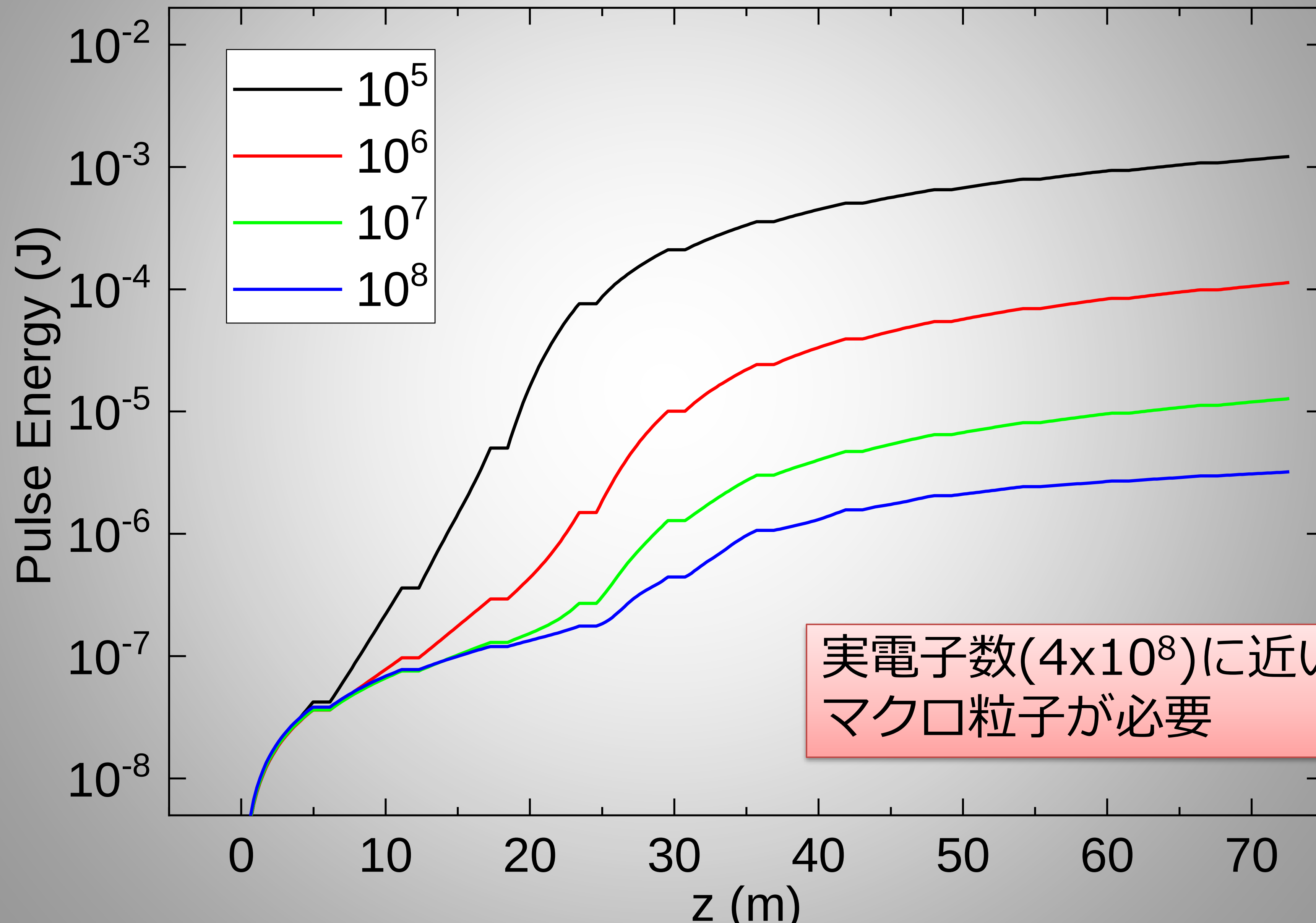
一般的なシミュレーション手法

- 多数の電子を代表する”マクロ粒子”で電子ビームを構成
  - 個々のマクロ粒子について運動方程式を解き、マイクロバンチを評価
  - ショットノイズを再現するように初期分布を規定
- マクロ粒子削減による効果・影響
  - 計算時間短縮
  - FELゲイン過大評価

計算例 (SASE 10keV)

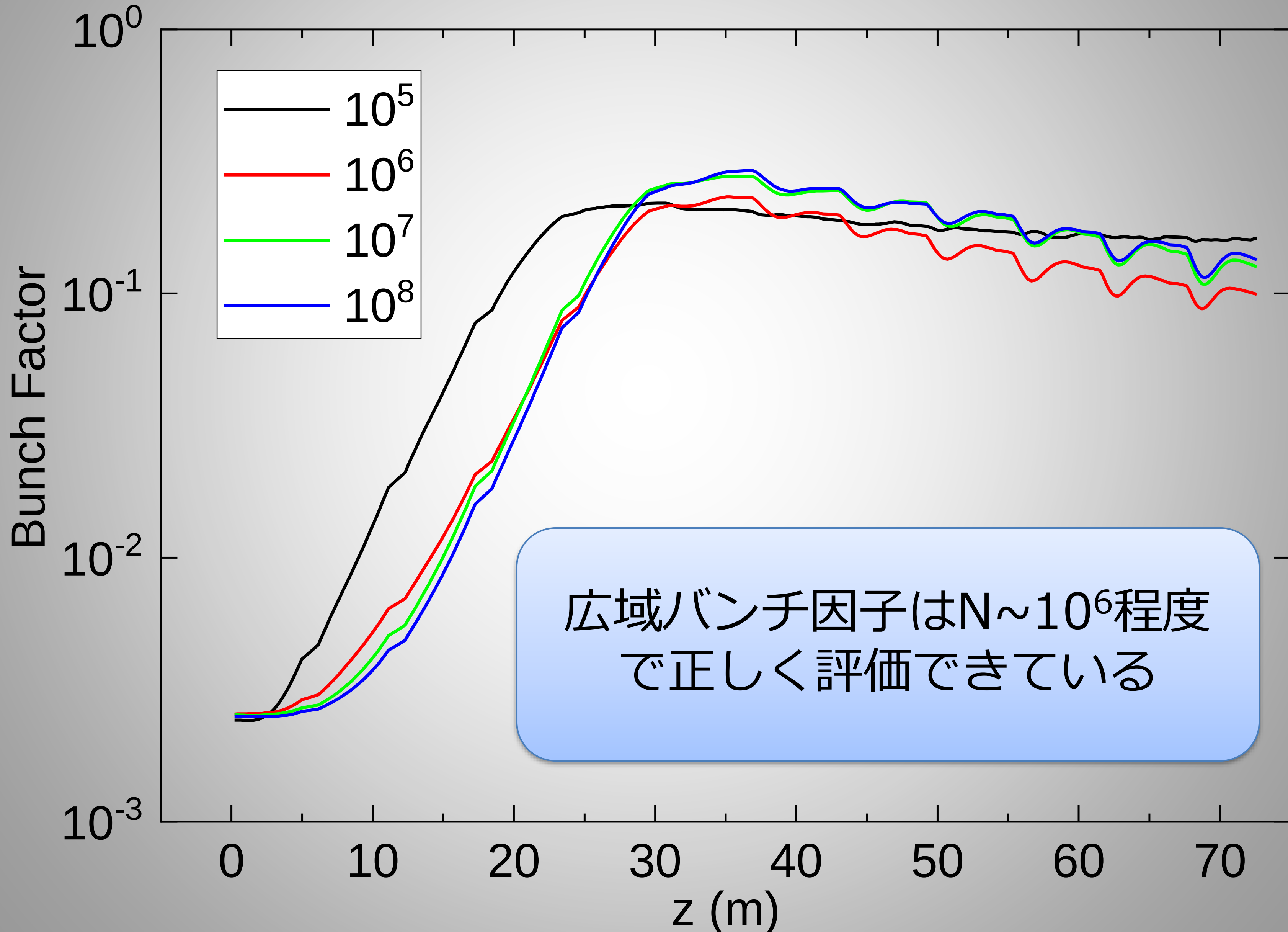


計算例 (3rd)



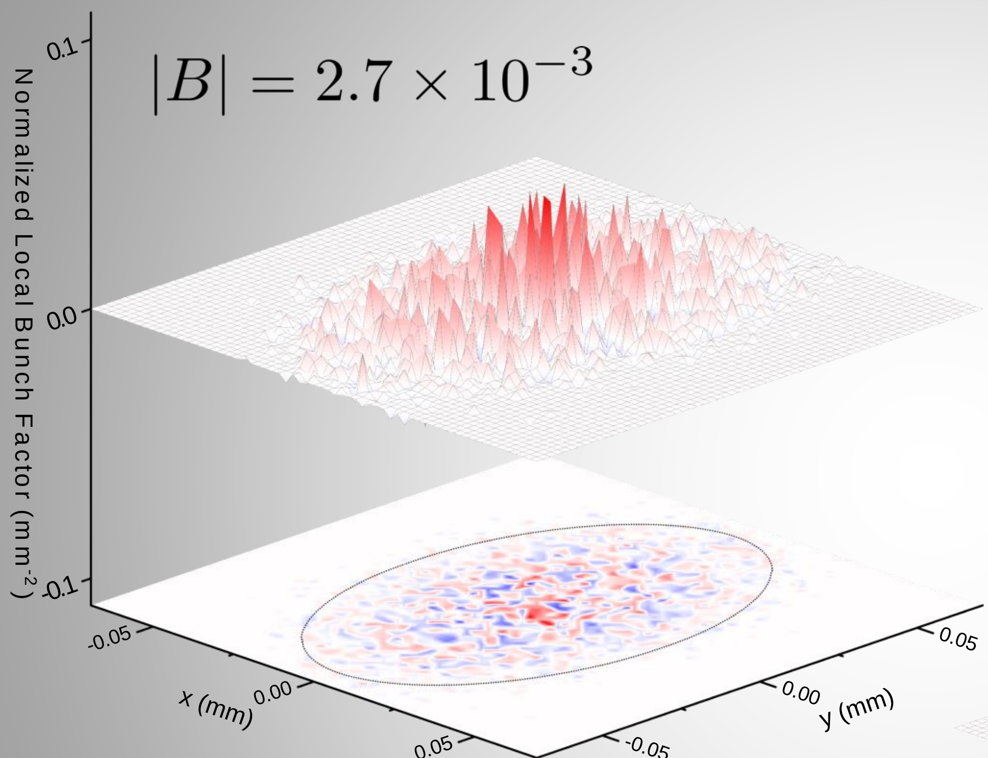
実電子数($4x10^8$)に近いマクロ粒子が必要

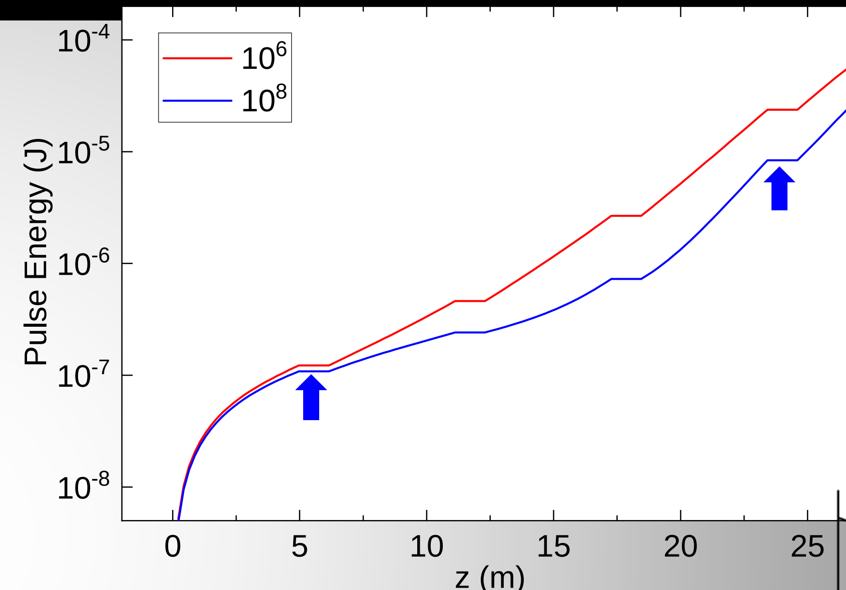
マイクロバンチの成長



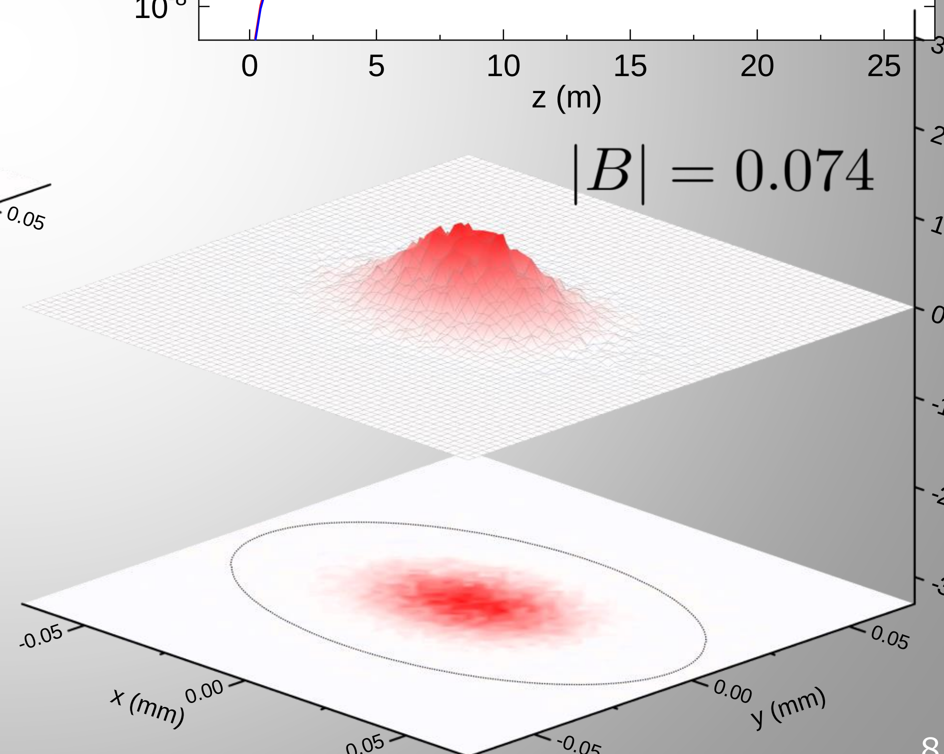
広域バンチ因子は$N \sim 10^6$程度で正しく評価できている

局所マイクロバンチの成長($N=10^8$)



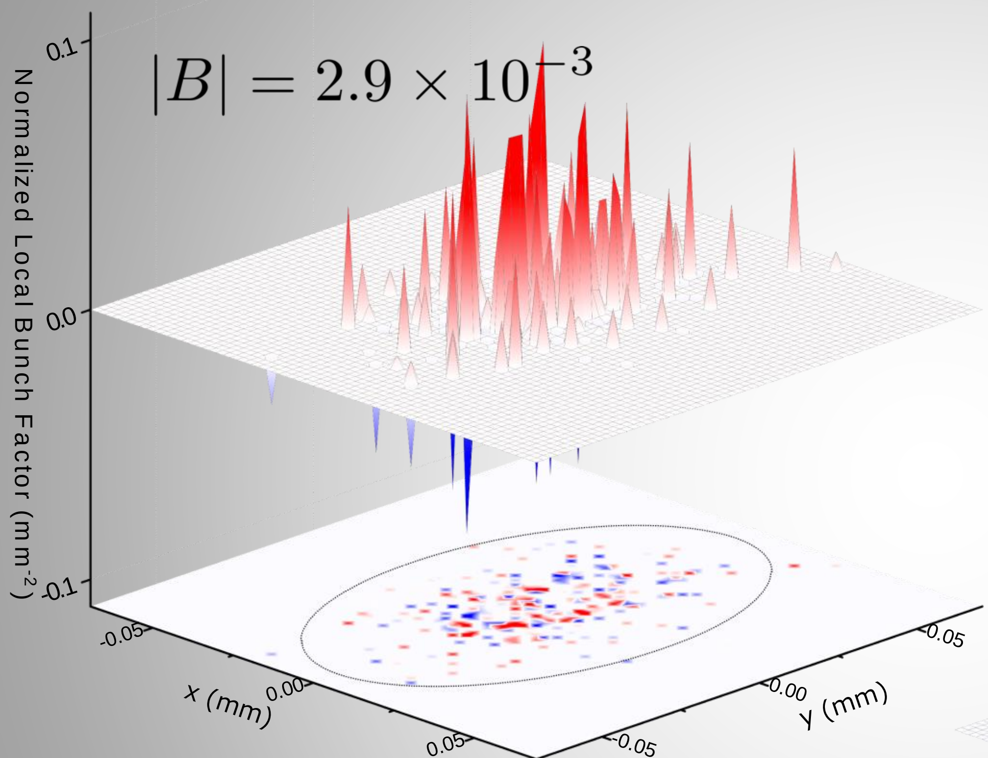


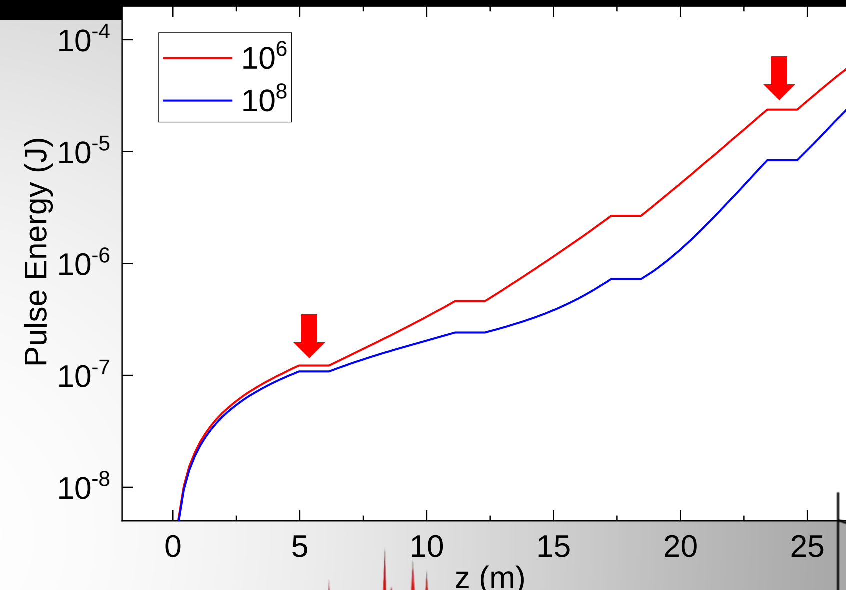
@1st segment



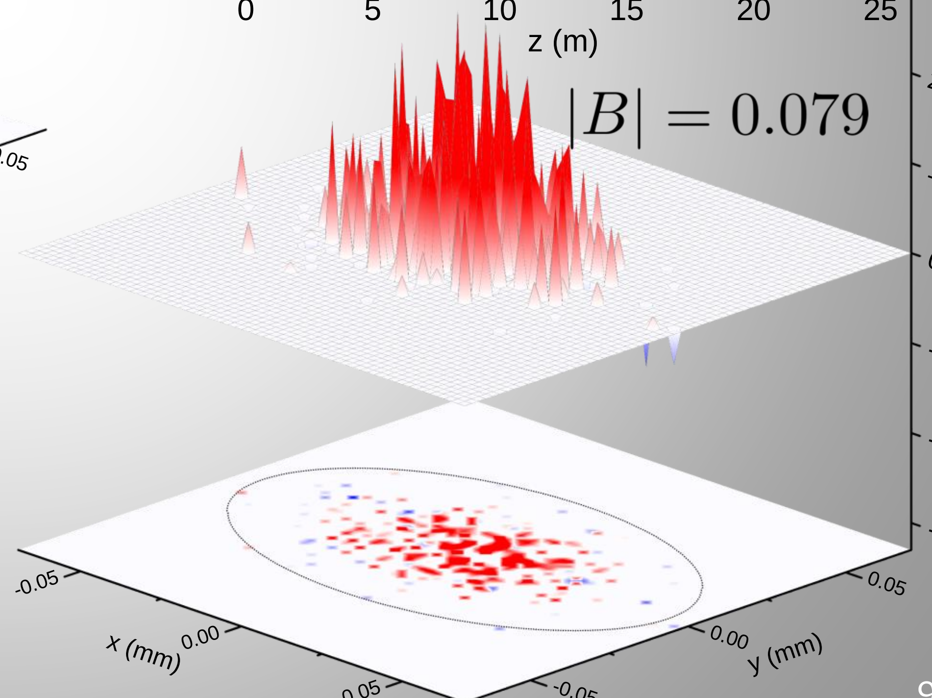
@4th segment

局所マイクロバンチの成長($N=10^6$)



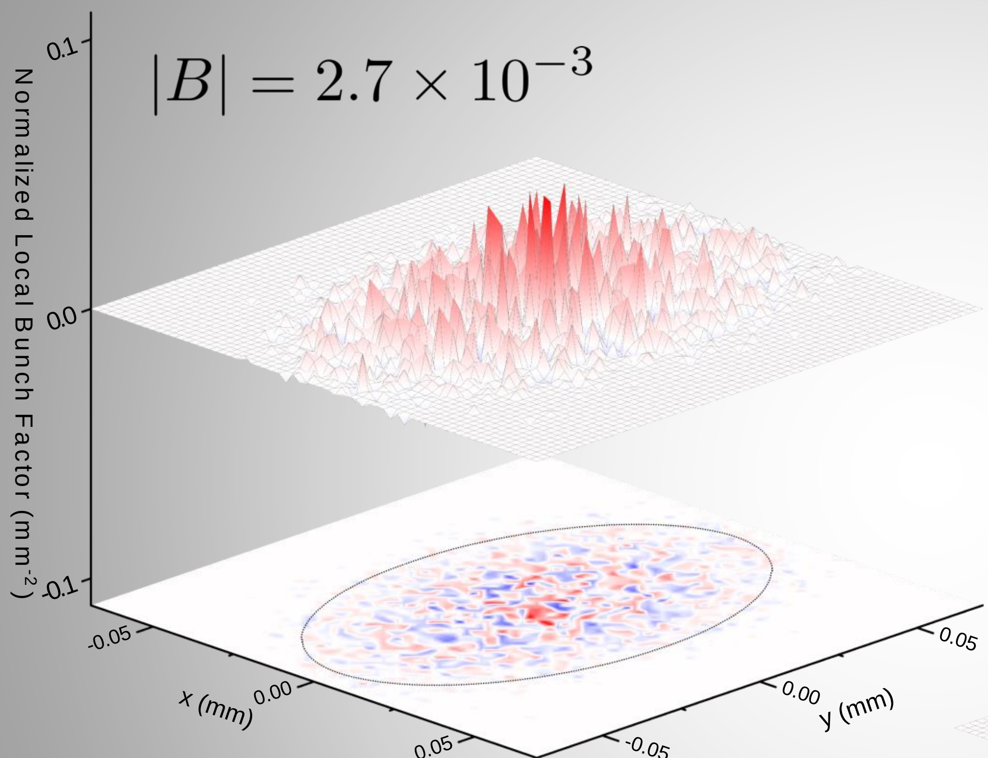


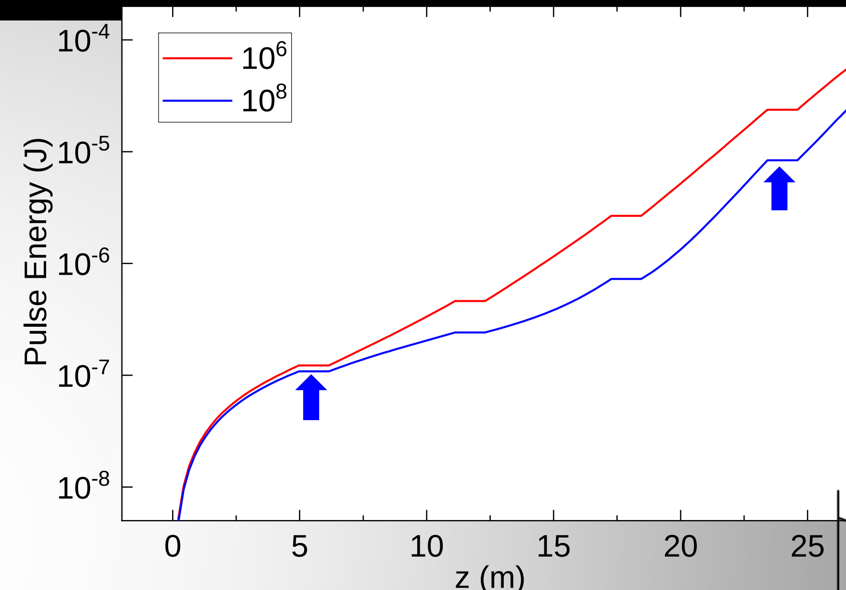
@1st segment

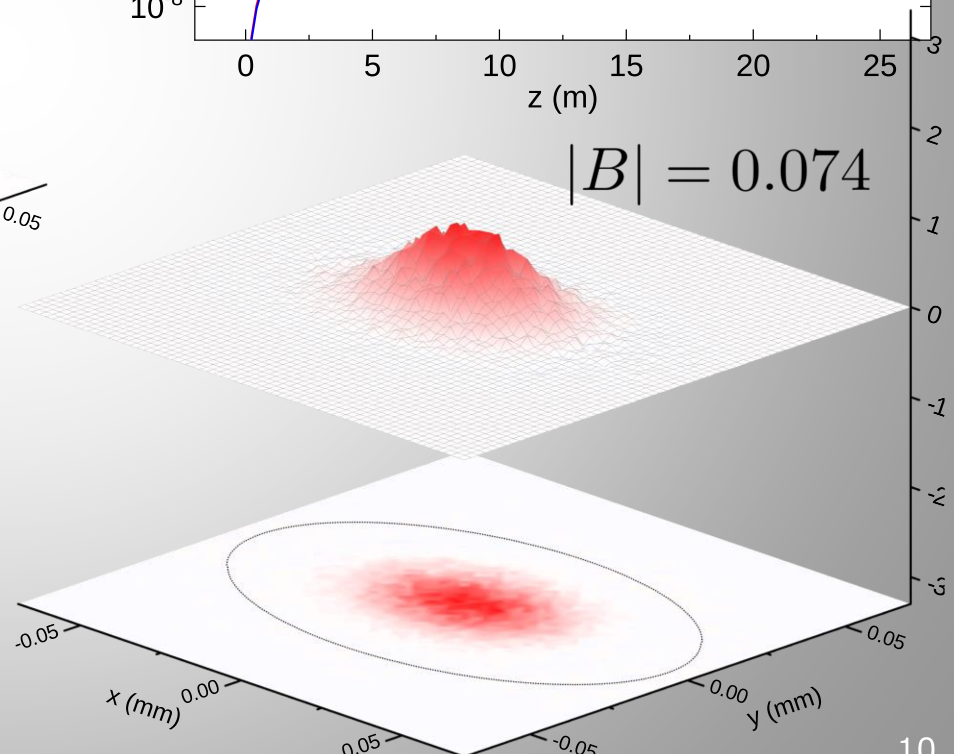


@4th segment

局所マイクロバンチの成長(N=10⁸)







@1st segment

@4th segment

局所バンチ因子を構成する２成分

$$b(\boldsymbol{r}_\perp) = b_C(\boldsymbol{r}_\perp) + b_S(\boldsymbol{r}_\perp)$$

空間的にコヒーレントな成分
- ✓ $\boldsymbol{r}_\perp$ に対して緩やかに変化
- ✓ 光増幅に継続的に寄与

$$\int b_C(\boldsymbol{r}_\perp) d\boldsymbol{r}_\perp = B$$

比較的少ないマクロ粒子で計算可能

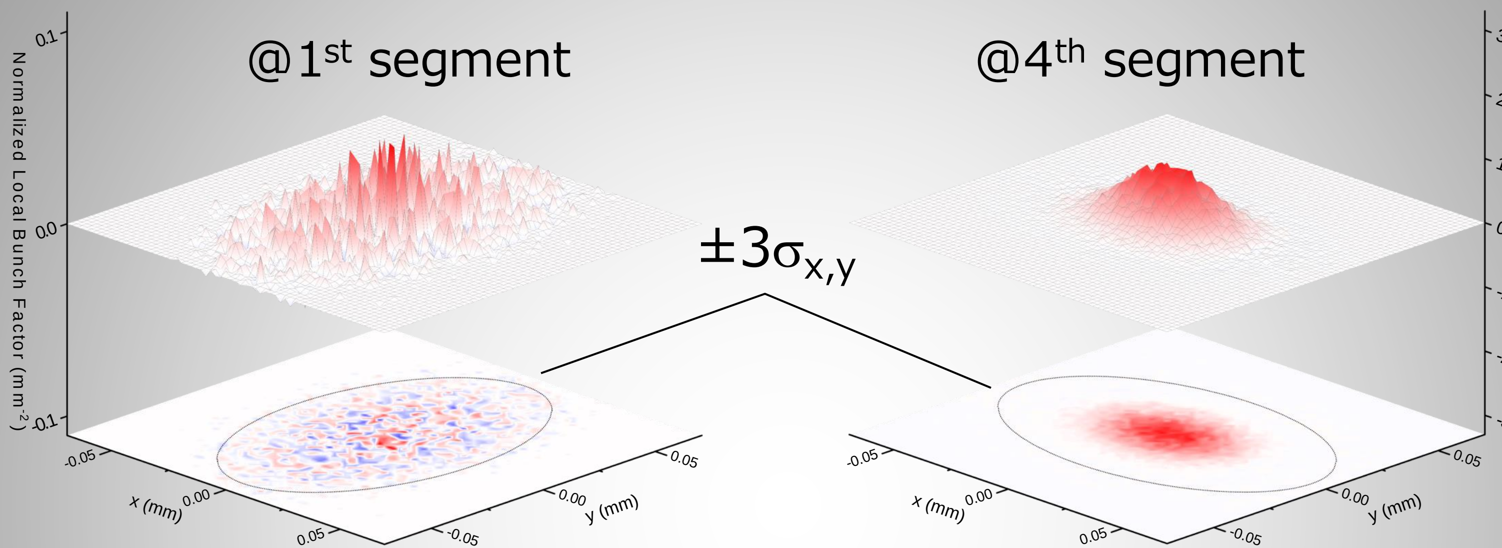
空間的にインコヒーレントな成分
- ✓ $\boldsymbol{r}_\perp$ に対して激しく振動
- ✓ 回折により直ちに発散

$$\int b_S(\boldsymbol{r}_\perp) d\boldsymbol{r}_\perp = 0$$

高精度な計算には相当数のマクロ粒子が必要だが実質的に不要

空間コヒーレント成分を抽出することにより、少数のマクロ粒子で高精度なFELシミュレーションが可能

空間コヒーレント成分の抽出



電子ビームの空間分布に相似と仮定

$$b_C(\boldsymbol{r}_\perp) = \frac{B}{2\pi\kappa^2\sigma_x\sigma_y}\exp\left(-\frac{x^2}{2\kappa^2\sigma_x^2} - \frac{y^2}{2\kappa^2\sigma_y^2}\right)$$

κ: スケール因子

- 様々な条件(seed: κ~1, SASE κ<1)に要適合
  ⇒モード展開に基づく評価方法を確立

ガウス近似による波動方程式の解析解

波動方程式：マイクロバンチによる光増幅
SIMPLEX[1]では空間FFTを利用

$$\left[\boldsymbol{\nabla}_\perp^2 + 2i\frac{\omega}{c}\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial z}\right)\right]\tilde{\boldsymbol{E}}(\boldsymbol{r}_\perp, z, t) \propto b(\boldsymbol{r}_\perp, z, t)\boldsymbol{J}_\perp(z,t)$$

マイクロバンチの空間
コヒーレント成分抽出

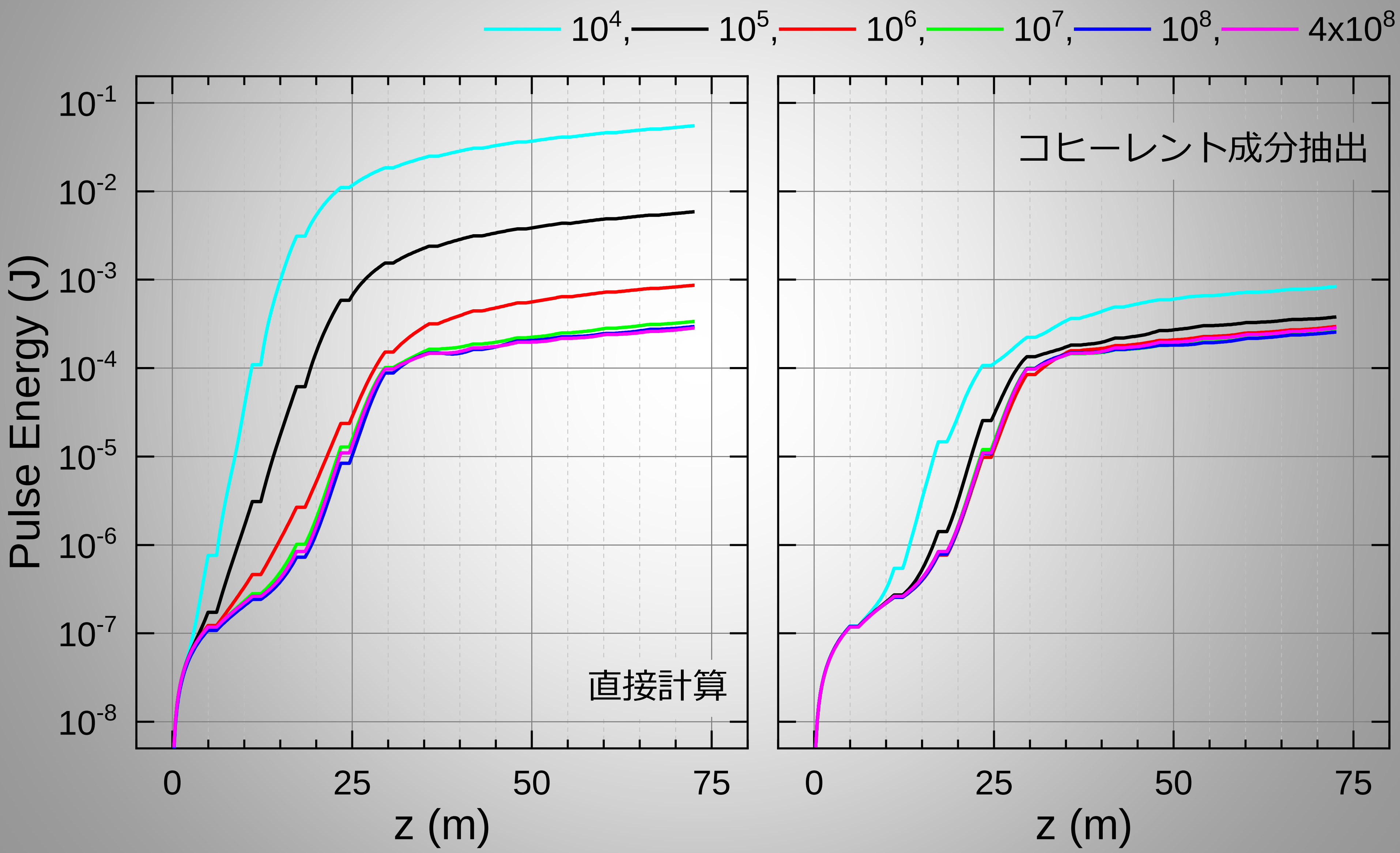
$$\left[\boldsymbol{\nabla}_\perp^2 + 2i\frac{\omega}{c}\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial z}\right)\right]\tilde{\boldsymbol{E}}(\boldsymbol{r}_\perp, z, t) \propto \underline{\underline{b_C(\boldsymbol{r}_\perp, z, t)}}\boldsymbol{J}_\perp(z,t)$$

2次元ガウス関数

ガウスビーム(0次HG/LGビーム)の波面伝搬
➡ 解析式が利用可能

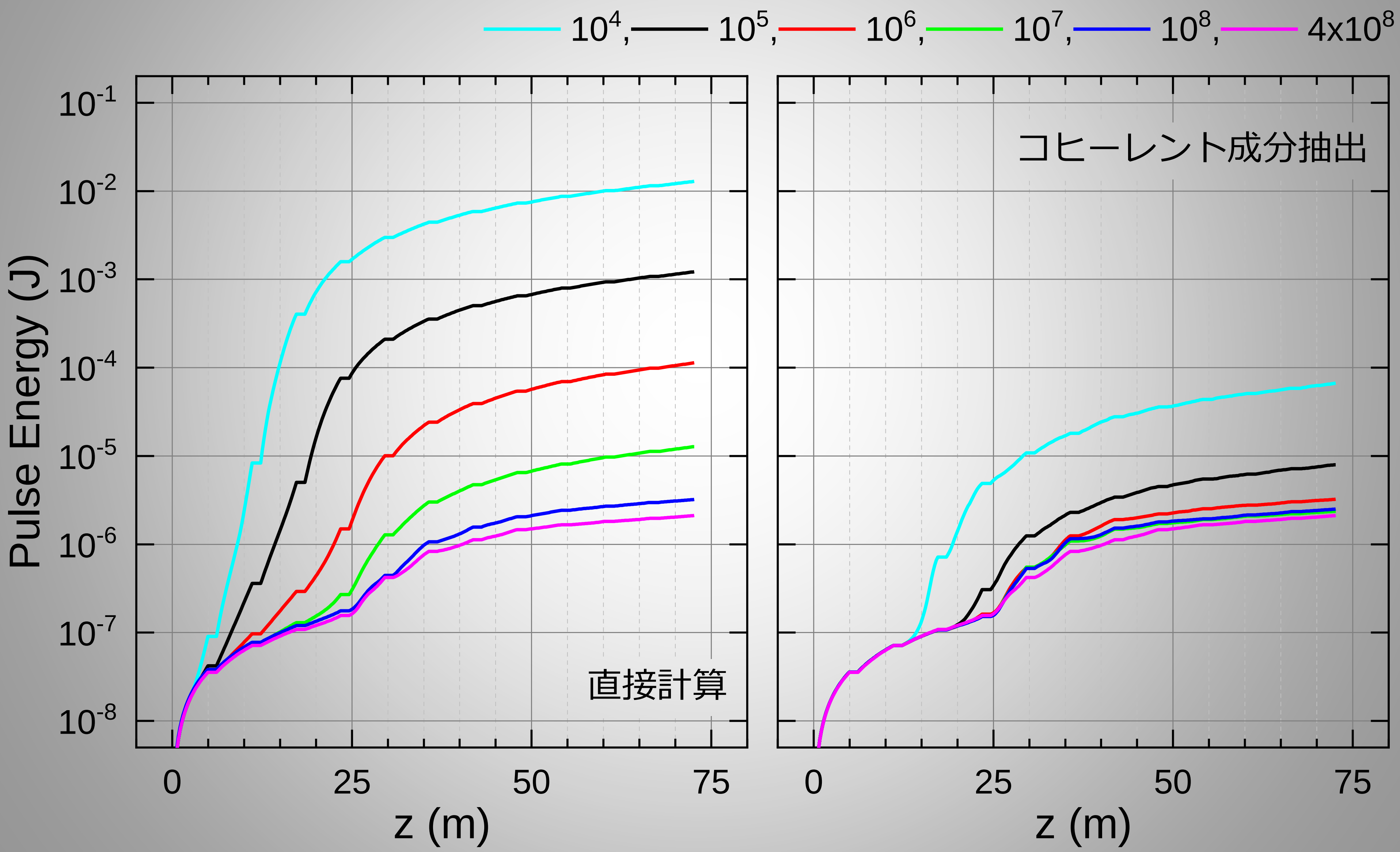
[1] T. Tanaka, Journal of SR 22, 1319 (2015)

適用例：基本波



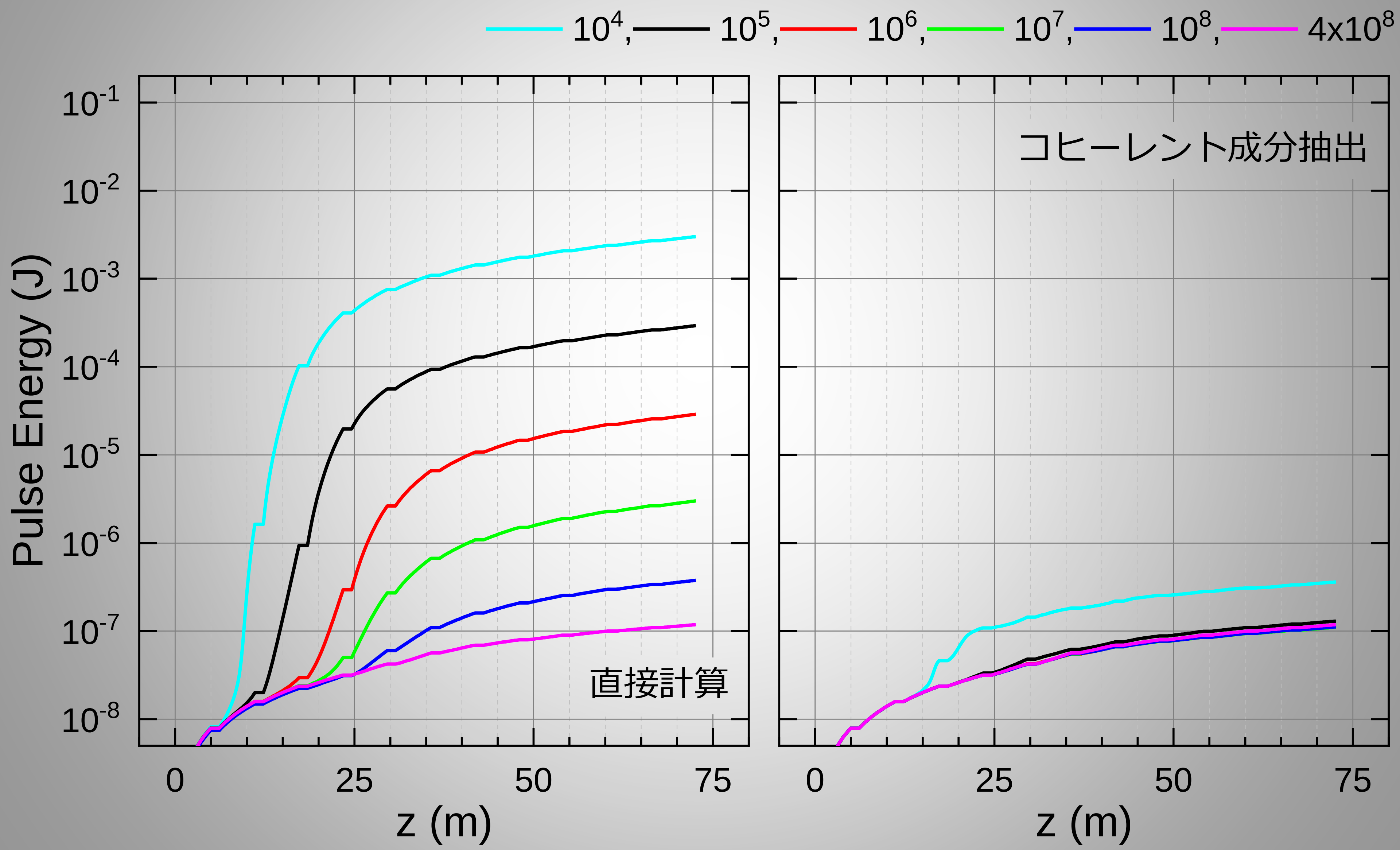
10^4, 10^5, 10^6, 10^7, 10^8, 4x10^8
Pulse Energy (J)
10-1
10-2
10-3
10-4
10-5
10-6
10-7
10-8
0
25
50
75
z (m)
直接計算
コヒーレント成分抽出

適用例：3次光



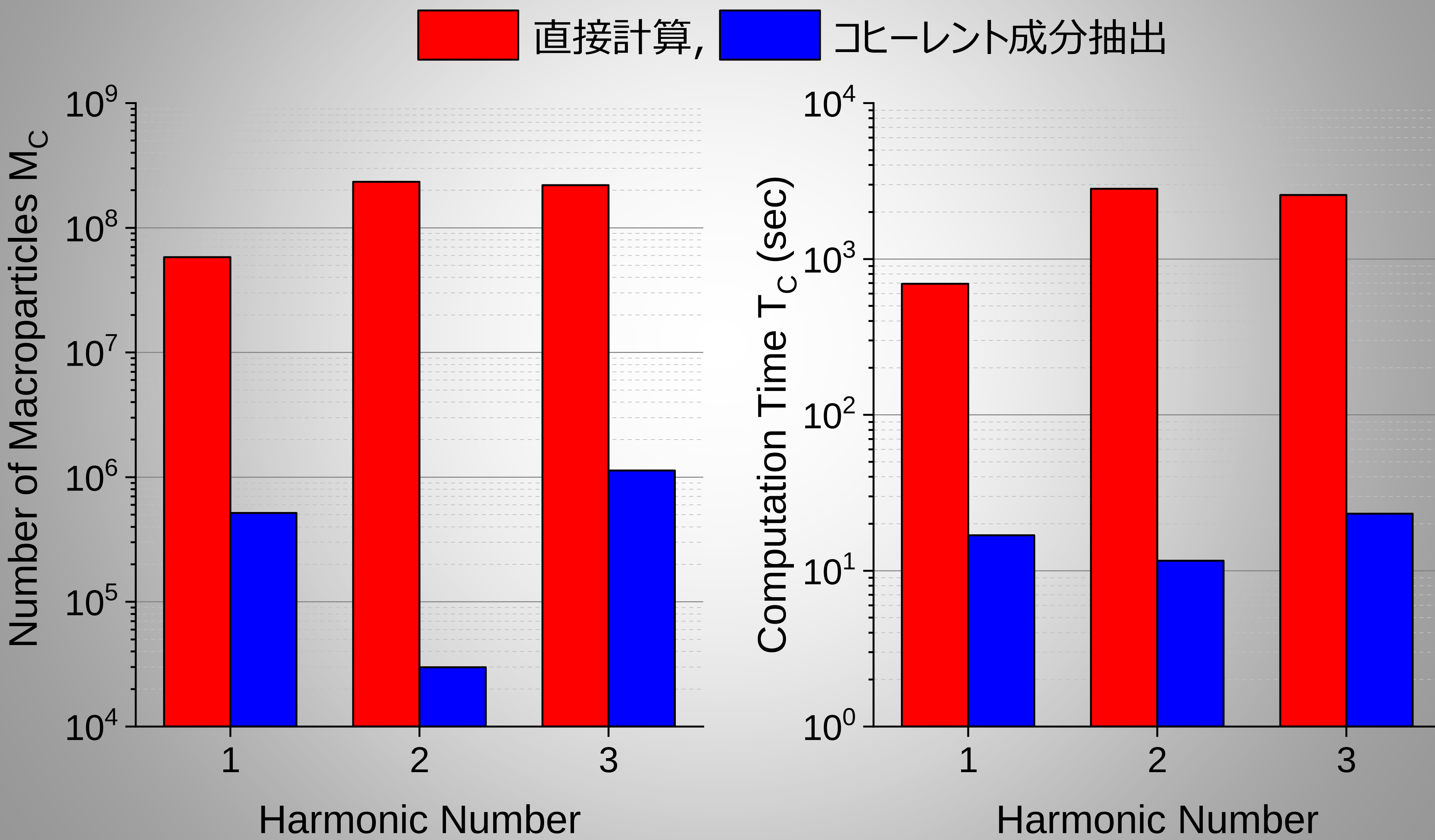
10^4, 10^5, 10^6, 10^7, 10^8, 4x10^8
Pulse Energy (J)
10^-1
10^-2
10^-3
10^-4
10^-5
10^-6
10^-7
10^-8
0
25
50
75
z (m)
直接計算
コヒーレント成分抽出

適用例：2次光



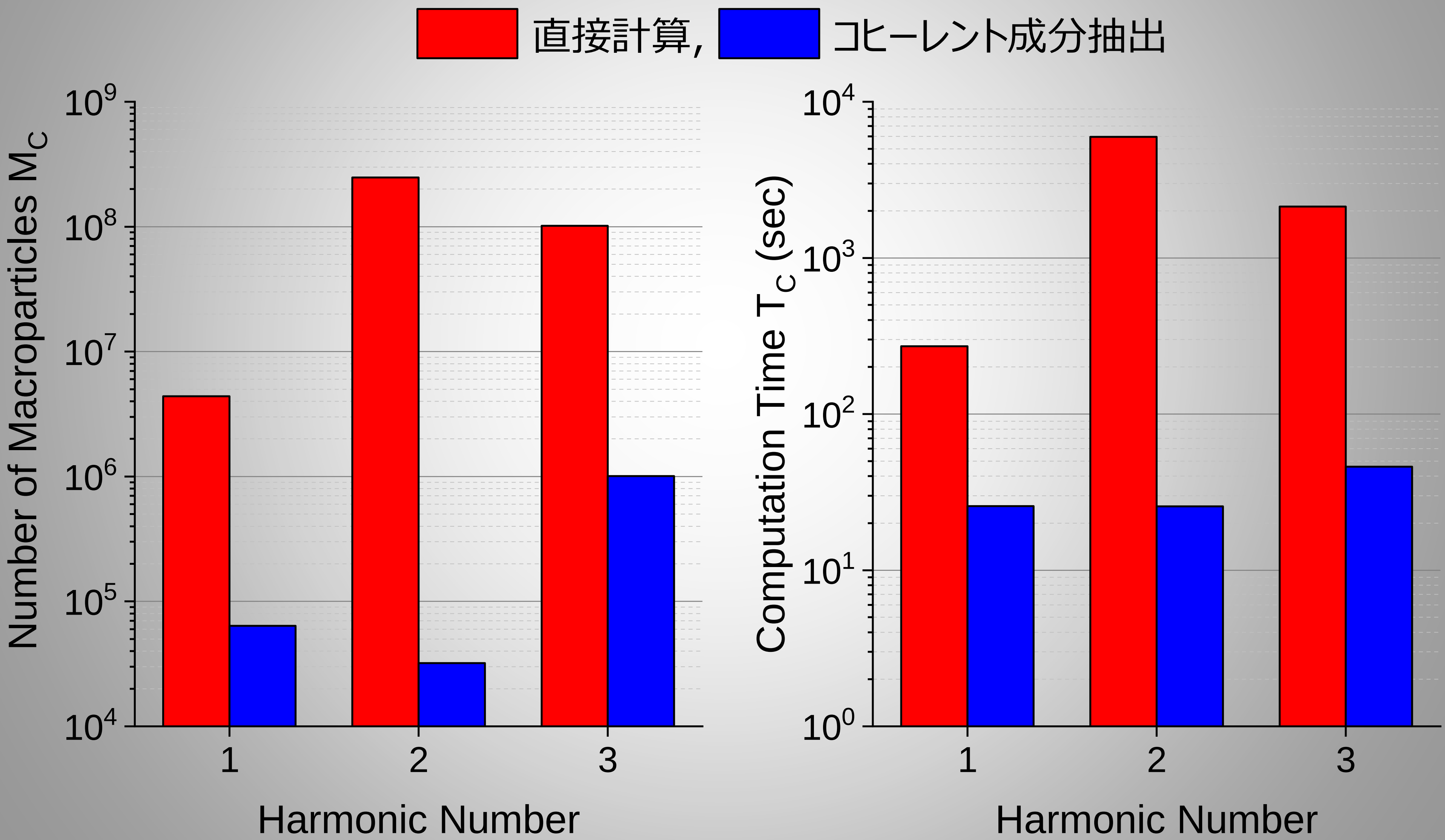
10^4, 10^5, 10^6, 10^7, 10^8, $4x10^8$
Pulse Energy (J)
10^{-1}
10^{-2}
10^{-3}
10^{-4}
10^{-5}
10^{-6}
10^{-7}
10^{-8}
0
25
50
75
z (m)
直接計算
コヒーレント成分抽出

高速化



直接計算, コヒーレント成分抽出
Number of Macroparticles M_C
10^4 10^5 10^6 10^7 10^8 10^9
1 2 3
Harmonic Number
Computation Time T_C (sec)
10^0 10^1 10^2 10^3 10^4
1 2 3
Harmonic Number

高速化(30keV)



直接計算,
コヒーレント成分抽出
Number of Macroparticles M_C
10^9
10^8
10^7
10^6
10^5
10^4
1
2
3
Harmonic Number
Computation Time T_C (sec)
10^4
10^3
10^2
10^1
10^0
1
2
3
Harmonic Number

まとめ

- 空間コヒーレント成分抽出による高速化
  - マクロ粒子数の低減
  - 波動方程式の解析解利用
- 下記詳細については[2]をご参照ください
  - スケール因子 κ の評価
  - インコヒーレント成分 b_S の取り扱い
- SIMPLEXは以下URLから利用可能
  - https://spectrax.org/simplex/index.html
  - バージョン更新中（3.1）⇒Webアプリバージョン、Pythonインターフェース等

[2] T. Tanaka, PRAB 27, 030703 (2024)

ご清聴ありがとうございました