

## KEK 次期光源のための六極磁場係数の最適化

### OPTIMIZATION OF SEXTUPOLE MAGNETIC FIELDS FOR KEK FUTURE LIGHT SOURCE

下崎義人<sup>#</sup>

Yoshito Shimosaki<sup>#</sup>

High Energy Accelerator Research Organization (KEK)

#### Abstract

A feasibility study for a future light source of the KEK photon ring, the PF hybrid light source, is in progress. In order to enlarge the dynamic aperture and the momentum acceptance for its stable operation, the sextupole magnetic fields have been optimized by correcting nonlinear resonances, amplitude-dependent tunes and the higher order dispersion based on the Hamiltonian.

#### 1. はじめに

現在、KEK 放射光実験施設 Photon Factory (PF)では 2.5 GeV の PF リングと 5 GeV / 6.5 GeV の PF advanced ring (PF-AR)の2つのリングからユーザーに向けて放射光を供給している。これら2つにかわる次期光源として、PF hybrid light source (PF-HLS)の検討が進行中である[1]。PF-HLS の概念図を Fig. 1 に、KEK 原田健太郎氏によって設計されたラティス関数を Fig. 2 示す。PF-HLS では研究分野・手法の深化、融合、創成を進めることで、科学目標「物質・生命の機能の根源の解明を可能にすること」を提案している。

PF-HLS では電子ビームのエネルギーを 2.5 GeV / 5.0 GeV から選択することで 10 eV ~ 100 keV という広波長領域の光をユーザーへ供給する予定となっている。これをここでは「研究分野・手法の深化」と呼んでいる。2.5 GeV の時と 5 GeV の時の PF-HLS の主なパラメータを Table 1 に示す。

次に直線部に挿入光源を2台入れて「蓄積ビームからの光」を相互利用することを検討しており、これを「研究分野・手法の融合」と呼んでいる。このために PF-HLS では 10 m の長直線部を 15 本、5 m の直線部を 15 本、2 m の短直線部を 30 本配置するラティス設計となっている。

さらに、「蓄積リング内を周回している蓄積ビーム (Storage beam: SR beam)からの放射光」と「超伝導線形加速器から供給される極短バンチ長の電子ビーム (Single pass beam: SP beam)を蓄積リングに入射した際に発生する放射光」を相互利用することを検討しており、これを「研究分野・手法の創成」と呼んでいる。SP beam の極短バンチ長を維持するために等時セルを設けている。コヒーレント放射光で SP beam の品質が悪化することが予想されるため[1]、SP beam はリングを周回させることなくビームダンプへ取り出す予定である。リングを等時セルだけで構成するとビームの蓄積が困難になることが予想されるため、SP beam を取り出した後の下流にノーマルセルを設けることで、リング全体での運動量収縮因子がゼロにならないようなラティス構成となっている (Fig. 1)。

10 m の長直線部と 5 m の直線部を持つ等時セルをそ

れぞれ LI セルと MI セル、同様に 10 m の長直線部と 5 m の直線部を持つノーマルセルを L セルと M セルと定義する (Fig. 2)。それぞれのセルは全く異なるラティス関数を持っており、また “Ring” = 10 x “LI-cell + MI-cell” + “LI-cell + M-cell” + “L-cell + M-cell” + “L-cell + MI-cell” + 2 x “L-cell + M-cell” で構成されているため、PF-HLS は極めて対称性の低い1回対称リングと言える。

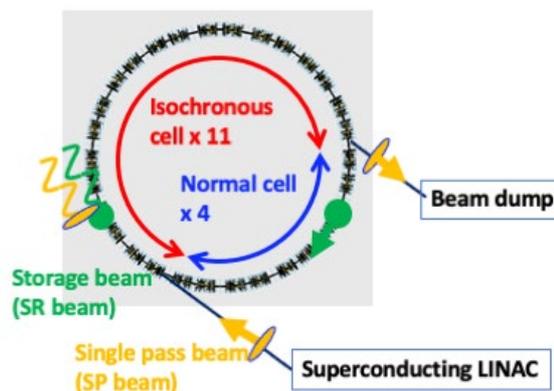


Figure 1: Schematic view of PF-HLS.

#### 2. 六極磁場の最適化

電子ビームをリングの中で安定に周回させるためには電子ビームの線形クロマティシティを補正する必要があり、そのために六極磁場が使用されるが、六極磁場はその非線形性から非線形共鳴や振幅依存チューンシフトなども誘起し、位相空間をビームの存在しうる安定領域とビームの存在できない不安定領域とに分ける。ビーム安定領域が狭いとビーム入射やビーム寿命などに悪影響を与え、ユーザー運転に支障をきたす。特に PF-HLS の場合、リングの低対称性によりビームの安定領域が極めて小さくなることが予想される。

今回、LI セル、MI セル、M セル、L セルのそれぞれに5自由度の六極磁場を鏡像対称に配置した。計20自由度の六極磁場( $k_1 \sim k_{20}$ )について、クロマティシティ、非線形共鳴、transverse 方向振幅依存チューン、非線形分散関数に関する解析式を連立的に解くことにより、ビーム安定領域の拡張を行った。

<sup>#</sup> yoshito.shimosaki@kek.jp

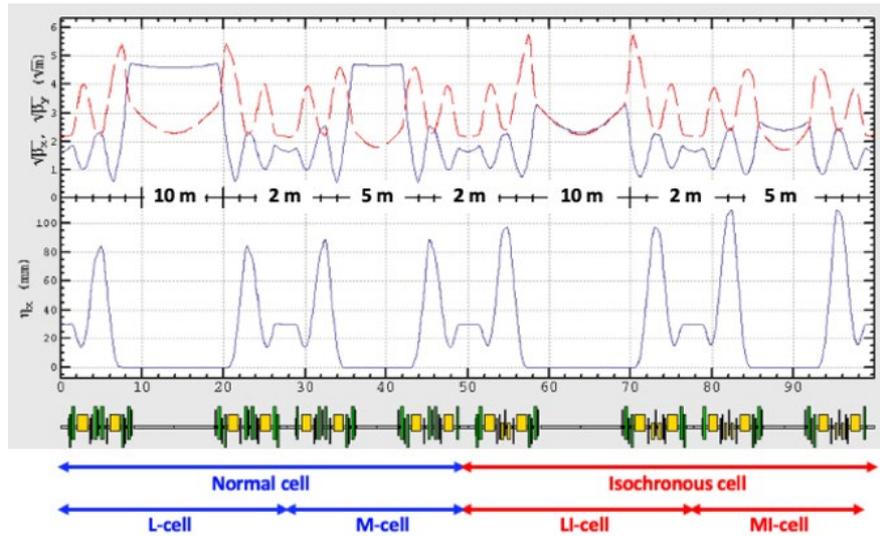


Figure 2: Lattice function of PF-HLS.

Table 1: Main Parameters of PF-HLS

Circumference	749.5 m	
Harmonic number	1250	
Beam energy	2.5 GeV	5.0 GeV
Natural emittance (zero current)	0.208 nm.rad	0.832 nm.rad
$\sigma_E / E$ (zero current)	0.074 %	0.148 %
RF voltage	1.6 MV	7.0 MV
Power loss (bend)	0.222	3.557
	MeV / turn	MeV / turn
Damping time ( $\tau_x, \tau_y, \tau_z$ )	(25.9 ms, 56.2 ms, 67.5 ms)	(3.24 ms, 7.03 ms, 8.44 ms)
Tune	(47.865, 16.655)	
Natural chromaticity	(-68, -74)	
Momentum compaction factor	3.24e-5	

まず六極磁場で誘起される非線形共鳴[2]について、Table 2 で示した最近接共鳴、次近接共鳴の一部、及び off-momentum 粒子に誘起される非線形共鳴の一部を厚肉近似を用いて補正した (Table 2)。

次に transverse 方向の振幅依存チューンについて、作用変数  $J$  に線形な部分は

$$\Delta Q_x = \alpha_{xx} J_x + \alpha_{xy} J_y \quad (1)$$

$$\Delta Q_y = \alpha_{xy} J_x + \alpha_{yy} J_y \quad (2)$$

として定義される[3]。振幅依存チューンの係数  $\alpha$  が大きくなると磁場誤差などがいった場合に非線形共鳴が誘起されビーム安定領域が小さくなる傾向にある。また六極磁場係数  $k_n$  が極端に大きくなると振幅依存チューンが  $J$  の線形性から外れ、より高次の項が支配的になるので注意が必要である。今回は  $|k_n| < 400 \text{ m}^{-1}$  で  $|\alpha| <$

$10000 \text{ nm} \cdot \text{rad}^{-1}$  になることを目指して厚肉近似で補正を行なった。KEK で開発されたコード SAD[4]を用いて計算した transverse 方向振幅依存チューンの計算結果を Fig. 3 に与える。SR beam の入射点(ノーマルセルの長直線部中央)を観測点としている。補正の結果、 $|k_n| < 350 \text{ m}^{-1}$  で  $\alpha_{xx} = 1735 \text{ nm} \cdot \text{rad}^{-1}$ ,  $\alpha_{xy} = 8179 \text{ nm} \cdot \text{rad}^{-1}$ ,  $\alpha_{yy} = -4997 \text{ nm} \cdot \text{rad}^{-1}$  となり、概ねフラットな振幅依存チューンになった。

Table 2: Nonlinear Resonances Caused by Sextupole Magnetic Fields

Bare value	Nearest resonance	Next-nearest resonance
$Q_x = 47.865$	$Q_x = 48$ corrected	$Q_x = 47$ corrected
$3Q_x = 143.595$	$3Q_x = 144$ corrected	$3Q_x = 143$ no correction
$Q_x + 2Q_y = 81.175$	$Q_x + 2Q_y = 81$ corrected	$Q_x + 2Q_y = 82$ corrected
$Q_x - 2Q_y = 14.535$	$Q_x - 2Q_y = 15$ corrected	$Q_x - 2Q_y = 14$ corrected
$2Q_y = 33.31$	$2Q_y = 33$ corrected	$2Q_y = 34$ no correction

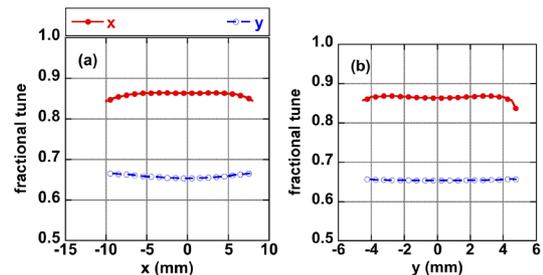


Figure 3: Amplitude dependent tunes in (a) the horizontal and (b) the vertical, respectively.

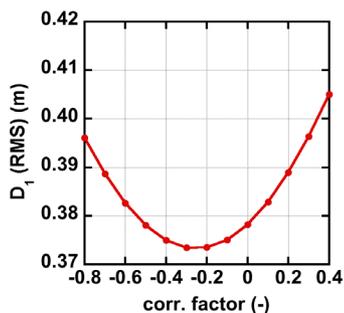


Figure 4:  $D_1$  (RMS) corrected with sextupole fields.

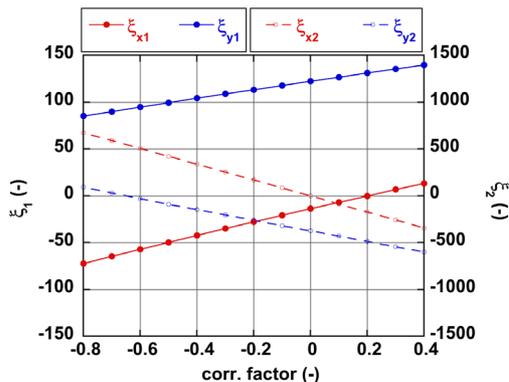


Figure 5: 2nd order chromaticity  $\xi_1$  and 3rd order chromaticity  $\xi_2$  associated with the correction of  $D_1$ .

非線形分散関数と非線形クロマチシティは運動量偏差  $\delta$  を用いてそれぞれ

$$\langle x \rangle = D_0 \delta + D_1 \delta^2 + D_2 \delta^3 + \dots \quad (3)$$

$$\Delta Q = \xi_0 \delta + \xi_1 \delta^2 + \xi_2 \delta^3 + \dots \quad (4)$$

で定義される[5, 6]。まず線形クロマチシティ  $\xi_0$  に関して、ビーム不安定性解析の要請から[1]、今回は  $(\xi_{x0}, \xi_{y0}) = (2, 3)$  に補正した。次に2次クロマチシティ  $\xi_1$  について、 $\xi_1$  は2次分散関数  $D_1$  を含む項と含まない項の和で記述されるので[6]、今回は  $D_1$  を  $k$  で段階的に補正しながら  $\xi_1$  が小さくなる点を探した。また3次クロマチシティ  $\xi_2$  については六極磁場での補正が困難であることから今回はなすりゆきとし、momentum acceptance が広がる  $(\xi_1, \xi_2)$  を探した。 $D_1$  は六極磁場係数  $k$  に対して線形の式であることから補正は容易である。六極磁場係数  $k$  の自由度に制限があるため、今回は1自由度のみを利用して  $D_1$  のチューン成分のみを厚肉近似で補正した[7]。 $D_1$  の補正結果を Fig. 4 に与える。縦軸はリング全周にわたる  $D_1$  の RMS 値であり、横軸の correction factor は補正の度合いを示すパラメーターである (correction factor = 1 が  $D_1$  の補正前、correction factor = 0 の時は  $D_1$  のチューン成分がゼロの場合、correction factor の符号が負の時は  $D_1$  のチューン成分について位相が反転することを意味している)。 $D_1$  の補正に伴う  $\xi_1$  と  $\xi_2$  の変化量を Fig. 5 に示す。 $D_1$  を滑らかに制御することにより (Fig. 4)、 $\xi_1$  も滑らかに制御することができた (Fig. 5)。また今回の補正範囲内では、 $\xi_2$  に関しても概ね線形に変化させることができた。今回は  $\xi_{x1}$  と  $\xi_{y2}$  がゼロ近傍で  $\xi_{y1}$  と  $\xi_{x2}$  が小さくなる値として、 $D_1$  のチューン成分がゼロとなる correction factor = 0 の時の六極磁場を選択した。この時の  $\delta$  方向の振幅依存チューン

を Fig. 6 に与える。Figure 3 と同様、SR beam の入射点を観測点としている。 $|\delta| \sim 4\%$  のビームを周回させることができた。

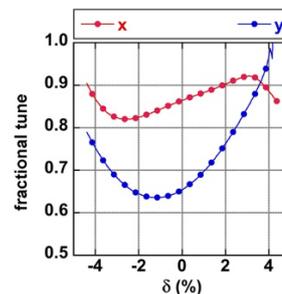


Figure 6: Amplitude dependent tunes observed at the injection point of SR beam in the momentum direction.

### 3. ビーム安定領域に関する解析結果

六極磁場係数 ( $k_1 \sim k_{20}$ ) が決まったので、ビーム安定領域に関する調査を行なった。

まず on-momentum 粒子の安定領域を調べるために、SPring-8 で開発されたコード CETRA [8] を用いて frequency map 解析を行った。解析結果を Fig. 7 に示す。SR beam の入射位置を観測点としており、色の違いは拡散係数の大きさを表している。赤色に近いほど不安定な領域であることを示し、白色の部分はビームの存在できない領域を示している。

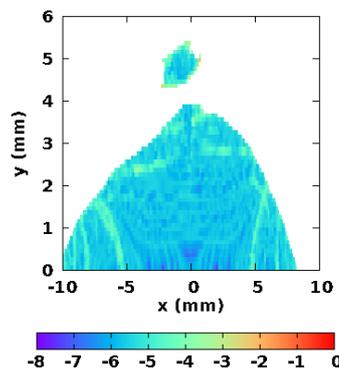


Figure 7: Frequency map of on-momentum particles without error observed at the injection point.

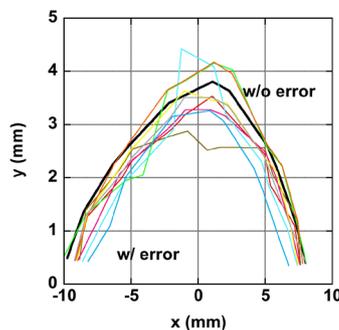


Figure 8: Dynamic aperture of on-momentum particles with misalignment of sextupole magnets ( $\sigma = 25 \mu\text{m}$ ,  $2\sigma$  cut).

Off-axis 入射のために必要とされる  $(x, y) = (-5 \text{ mm}, 0 \text{ mm})$  から  $(0 \text{ mm}, 0 \text{ mm})$  の領域にかけて [1]、拡散係数が大きくなる点が見られないので、磁場誤差など摂動が入った場合においても入射に必要な安定領域は確保されるものと思われる。そこでエラーへの感度を調べるために、全六極磁石に乱数で  $\sigma = 25 \text{ } \mu\text{m}$  ( $2\sigma \text{ cut}$ ) の設置誤差を入れ、COD やベータ関数の乱れなどは補正しない状態で on-momentum 粒子に関する dynamic aperture を計算した。結果を Fig. 8 に示す。予想通りエラーによる dynamic aperture の目減りは小さく、入射に必要な安定領域を確保できるのではないかとと思われる。

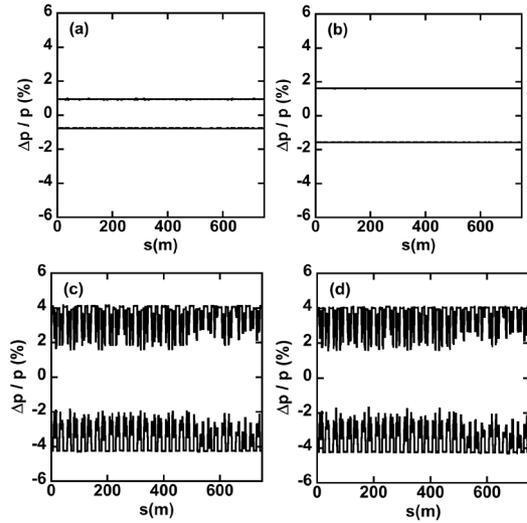


Figure 9: Local momentum acceptance as the function of RF voltage. (a) 0.25 MV, (b) 0.40 MV, (c) 0.60 MV and (d) 1.6 MV.

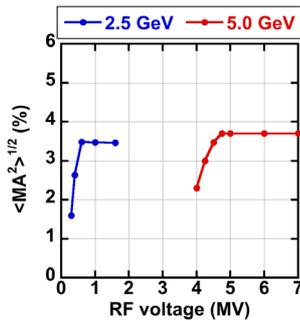


Figure 10: Averaged local momentum acceptance.

次に off-momentum 粒子の安定領域を調べるために、APS で開発されたコード ELEGANT [9] を用いて local momentum acceptance (LMA) の計算を行った。2.5 GeV の時に RF 電圧を変えながら計算した場合の LMA の例を Fig. 9 に示す。また

$$\frac{1}{\langle MA^2 \rangle} = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{\langle MA_+^2 \rangle} + \frac{1}{\langle MA_-^2 \rangle} \right] \quad (5)$$

で計算した LMA 平均値の RF 電圧依存性を Fig. 10 に示す。ただし  $\langle \rangle$  はリング 1 周あたりの平均値、 $MA_+$  と  $MA_-$  はそれぞれ正側と負側の momentum acceptance である。RF 電圧が低い領域ではシンクロトロン振動で決まる momentum acceptance (= bucket height) が支配的である

ため、RF 電圧を高くすると LMA も大きくなるが、RF 電圧が十分に高い領域ではベータトロン振動で決まる momentum acceptance が支配的となるため、RF 電圧によらず LMA が飽和する結果となった。六極磁場の最適化の結果、LMA の平均値は 2.5 GeV で 1.6 MV の時に 3.5%、5 GeV で 7 MV の時に 3.7% となった。

#### 4. トップアップ入射シミュレーション

Figure 9 と Fig. 10 の momentum acceptance 解析だけでは longitudinal 方向のビーム安定領域が十分かわからないので、(1) intra-beam scattering (IBS) によるエミッタンス増大の計算を行い、(2) IBS と LMA の結果を用いて Touschek 寿命を計算し、(3) IBS の効果を取り入れた Touschek 寿命を用いてトップアップ入射シミュレーションを行い、ビーム蓄積とトップアップ入射の両条件を満たすかを確認することで、longitudinal 方向のビーム安定領域が十分であるかどうかの評価を行なった。

PF-HLS では 2.5 GeV の時に高調波空洞を用いて SR ビームのパンチ伸長を行う予定である [1]。この場合 RF 電圧は主空洞電圧と高調波空洞電圧の和で

$$V_{rf}(\Delta t) = V_0 \left[ \cos(\omega_{rf} \Delta t + \phi_s) + k \cos(3\omega_{rf} \Delta t + \phi_n) \right] \quad (6)$$

として与えられる。ただし  $\Delta t$  は設計粒子からの周回時間のずれ、 $V_0$  は主空洞の RF 電圧振幅、 $f_{rf} = \omega_{rf} / 2\pi$  は主空洞の RF 周波数、 $k$  は高調波電圧比、 $\phi_s$  と  $\phi_n$  はそれぞれ主空洞と高調波空洞の同期位相である。以下の計算では、参考論文 [10] の式から主空洞と高調波空洞の電圧を Fig. 11 のように与え、また運動量広がりからパンチ伸長を求める際は参考文献 [11] の式を用いた。

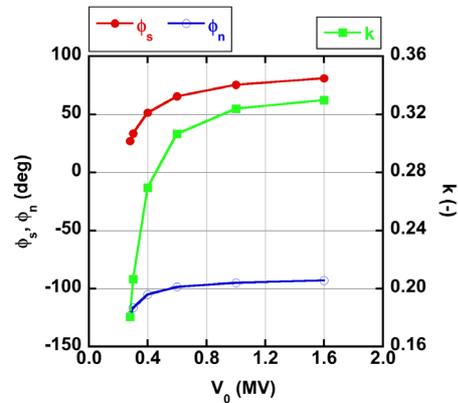


Figure 11: RF parameters of main RF cavity and harmonic cavity used for calculating the emittance growth due to IBS.

PF-HLS ではシングルパンチ運転が期待されているので [1]、パンチ電荷を変えながら参考文献 [12] の式を用いて IBS の評価を行なった。カップリングは 1% を仮定し、5 GeV の時は高調波空洞なし、2.5 GeV の時に高調波空洞ありとして計算を行なった。結果を Fig. 12 に与える。次に Fig. 12 のビームパラメーターと local momentum acceptance から参考文献 [13] の式を用いて Touschek 寿命の計算を行なった。結果を Fig. 13 に与える。最後に Fig. 13 の結果を使ってトップアップ入射シミュレーション

を行なった。シミュレーションは連続の式

$$\frac{dI}{dt} = -\frac{I}{\tau} + i_{inj}\delta(t - nT_{inj}) \quad (7)$$

を用いて行なった (multi-particle tracking ではない)。ただし  $I$  は蓄積電流、 $\tau$  は Touschek 寿命、 $i_{inj}$  は入射電荷、 $T_{inj}$  は入射間隔、 $n$  は整数である。今回は 2.5 GeV で 500 mA 蓄積、 $V_0 = 1.6$  MV、 $T_{inj} = 1$  Hz を仮定した。またビーム蓄積時は  $i_{inj} = 1$  nC (0.4 mA) を仮定し、トップアップ入射時はビームサイズを  $(x, y)$  にスリットで  $1\sigma$  cut するものとして  $i_{inj} = 0.5$  nC (0.2 mA) を仮定して計算を行なった。バンチフィリングはシングルバンチ 30 nC (12 mA) + 2.5 nC (1 mA) x 488 bunches を仮定した。トップアップ入射時の蓄積電流の fluctuation は 0.1 % を仮定した。蓄積電流の時間変化を Fig. 14 に示す。Figure 9 (d) で示される local momentum acceptance により、おおよそ 0.37 時間で 500 mA まで蓄積できること、及び 0.1 % の fluctuation でトップアップ入射できることを確認した。

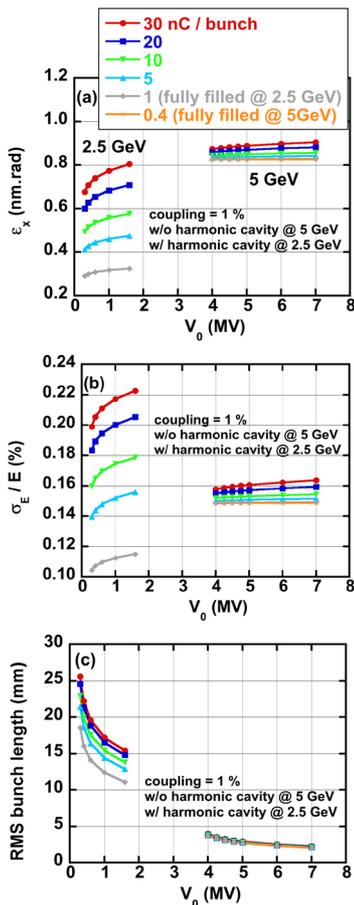


Figure 12: Growths of (a) horizontal emittance, (b) momentum spread (RMS) and (c) rms bunch length due to IBS.

今後、磁場誤差、設置誤差、BPM の読み取り誤差などを入れて、光軸補正を含めたコミッションングシナリオの構築に関する計算を行う予定である。これにより磁場誤差と補正磁場の両方が入るので、ビーム安定領域に関するシステムティックな評価が可能になると思われる。

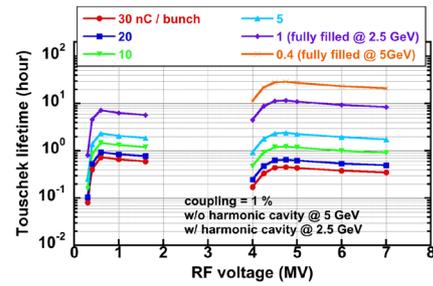


Figure 13: Touschek lifetime calculated with Fig. 11.

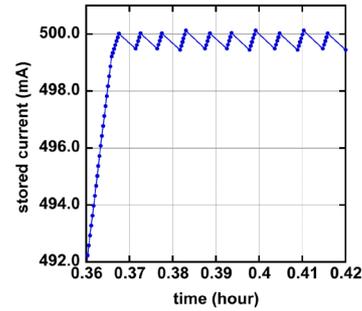


Figure 14: Simulation results concerning Top-up injection. Single bunch 12 mA + 1 mA x 488 bunches = 500 mA was assumed at 5 GeV.  $V_0 = 1.6$  MV.

## 参考文献

- [1] [https://www2.kek.jp/imss/pf/pf-hls/library/pfhls\\_cdr\\_ver1.1.pdf](https://www2.kek.jp/imss/pf/pf-hls/library/pfhls_cdr_ver1.1.pdf)
- [2] Y. Shimosaki *et al.*, “Dynamic aperture correction for very low-emittance storage ring of SPring-8 II”, Proc. 8th Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan (PASJ2011), Tsukuba, Japan, Aug. 2011, pp. 194-198.
- [3] K. Soutome and H. Tanaka, Phys. Rev. Accel. Beams 20, 064001 (2017).
- [4] K. Oide and H. Koiso, Phys. Rev. E 49, 4474 (1994).
- [5] H. Tanaka *et al.*, Nucl. Instrum. Meth. A 431 (1999), pp. 396-408.
- [6] M. Takao, Phys. Rev. E 72, 046502 (2005).
- [7] Y. Shimosaki, “Design of nonlinear optics for the SPring-8-II”, Proc. 12th Annual Meeting of Particle Accelerator Society of Japan (PASJ2015), Tsuruga, Japan, Aug. 2015, pp. 468-472.
- [8] J. Schimizu *et al.*, “Development of a tracking and analysis code for beam dynamics in SPring-8”, Proc. of 13th Symp. on Accel. Sci. and Tech, Suita, Japan, Oct. 2001, pp.80-82.
- [9] M. Borland, “elegant: A Flexible SDDS-Compliant Code for Accelerator Simulation”, Advanced Photon Source LS-287, September 2000.
- [10] T. Yamaguchi, “Development of the 1.5 GHz TM020-type harmonic cavity for future synchrotron light sources”, Doctoral thesis, SOKENDAI, 2023.
- [11] A. Hofmann and S. Myers, “Beam dynamics in a double RF system”, CERN ISR-TH-RF/80-26.
- [12] K. L. F. Bane, Phys. Rev. ST Accel. Beams 5, 084403 (2002).
- [13] 中村典雄, 「ビーム寿命」、OHO’91, KEK.