

A Development of Code for analyzing Electron Guns

Shinji Endo¹, Masashi Yamamoto
Akita National College of Technology
1-1, Bunkyo-cho, Iijima, Akita, 011-8511, Japan

Abstract

We are developing a tracking code based on Particle In Cell method(PIC) for an electron gun design. This code consists of two parts, Finite Element Method(FEM) and PIC. The former calculates the initial static field in the gun with high voltage, the latter calculates the beam dynamics and change of the electromagnetic field in time steps. The electro static field solver for axial symmetric gun had been accomplished. On the other hand the PIC routine with triangular meshes is being made now. In this paper, we describe the current status of our code and a few problems of PIC routine.

電子銃解析コードの開発

1. はじめに

電子線型加速器で高品質のビームを出射するためには、電子銃でエミッタンスの小さいビームを生成し、それを維持して加速しなくてはならない。目的の性能のビームを得るためには、電子銃の設計は重要であり、さまざまなシミュレーションコードが使われてきた。SLACで開発されたEGUN[1]などが代表的なシミュレーションコードである。ポテンシャルを差分法で計算し、空間電荷効果も取り入れられている。そのため、比較的精度が良く古くから電子銃の開発に使用され、十分に検証されている。またMAGIC[2]を使った電子銃のシミュレーション[3]も行われており、効果を上げている。

このような状況の中、我々は有限要素法により、ポテンシャルを計算し、Particle in Cell(PIC)法によりビームの運動を計算するプログラムの開発に着手した。できる限り近似の無い計算を行うことを目的にしている。ビームの振る舞いは、時間を追って計算できるようにする。今述べたような有限要素法とPIC法を組み合わせ、軸対称構造の電子銃の解析のためのプログラムの作成を進めている。

我々の作成しているプログラムは軸対称構造を計算する2次元モデルで、MAGICに似た手法を使っている。MAGICのようなコードがあるにもかかわらず、新たにコードを作る理由は、次の通りである。まずは、特別な目的の電子銃を作るとなると、それに伴ってプログラムの内容を書き換えることが必要になることによる。さらに、今後、精度良く時間発展の計算ができるプログラムが必要となると考えている。我々の計算手法では、極単パルスビームの計算に役立つであろう。加えて、MAGICは汎用コードなのでEGUNなどの専用コードに比べて取り扱いが難しい。以上が新たにコードを作成する意義で、①自由にプログラムの書き換えができ、②時間発展を精度良く計算し、③ユーザーフレンドリーで使い

やすいものを目指す。

本研究では、そのプログラムの開発の現状を報告する。

2. 計算方法

2.1 有限要素法

まずPIC法によるビームの運動の計算に先立って静電場を計算しなくてはならない。静電場は、ドローネ三角分割を用いた有限要素法により計算する。有限要素法で計算するスカラーポテンシャル ϕ の汎関数 $F[\phi]$ は、

$$F[\phi] = \int \left[\frac{\epsilon}{2} \left\{ \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial r} \right)^2 \right\} - \rho \phi \right] 2\pi r dr dz \quad (1)$$

となる。この汎関数の第一変分が零の時、ラプラス方程式の解となり、電子銃内の静電ポテンシャルを表す。通常の電子銃では境界が複雑なので、この積分を実行することは不可能である。そこで、式(1)の汎関数を離散化する。具体的には、計算する領域を三角形の微小領域に区切りその内部を一次で近似する。この離散化により積分が可能となる。実際に必要な量は式(1)の第一変分が零となるポテンシャル ϕ である。 ϕ は区分多項式で近似し、その係数が満たす式は連立一次方程式になる。作成しているプログラムでは、その連立方程式をSOR法を使って数値計算を行い、ポテンシャルの解を求めている。

ポテンシャルから電場は、単純な計算により求めることができる。これが、電子銃内部の初期の電場となる。この初期電場を用いて荷電粒子の運動をPIC法で計算する。PIC法では荷電粒子の運動による電場と磁場の変化もきちんと計算できる。マクスウェルの方程式とローレンツ力を連立して計算する

¹ E-mail: s17001@cc.akita-nct.ac.jp

ことにより、自己矛盾の無い系で計算できる。したがって、計算誤差は離散化による誤差のみとなる。

2.2 PIC法

PIC法は、荷電粒子と電磁場の相互作用を計算する方法であり、以下の積分形のマクスウェルの方程式を計算する。

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\mu_0 \frac{d}{dt} \int \mathbf{H} \cdot n dS \quad (2)$$

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_S \mathbf{j} \cdot n dS + \varepsilon_0 \frac{d}{dt} \int_S \mathbf{E} \cdot n dS \quad (3)$$

荷電粒子が電磁場に及ぼす影響は、(3)式の電流密度 \mathbf{j} に含まれる。これら(2), (3)式を有限積分法で計算することにより、電磁場の変化を求めることができる。有限積分法[4]と言っても、最終的な式は、時間領域差分法(FDTD法)と同一の式となる。

マクスウェルの方程式から電磁場が分かったので、残りはローレンツ力を使って荷電粒子の運動を計算するのみである。もちろん、荷電粒子は高エネルギーになるので、相対論的力学が必要となる。この場合の運動方程式は、

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (4)$$

となる。もちろん、荷電粒子の速度は

$$\mathbf{v} = c\boldsymbol{\beta} = \frac{c\mathbf{p}}{\sqrt{m_0^2 c^2 + \mathbf{p} \cdot \mathbf{p}}} \quad (5)$$

である。実際の計算では、速度を計算のパラメータにしないで、運動量を使う。速度をパラメータにすると直ぐに光速に近づいて、計算誤差が増えるからである。

我々は三角形メッシュでPIC法の計算を行う予定である。通常使われる四角メッシュのPIC法プログラムは比較的容易であるが、形状精度を上げることが難しくなる。一方、三角形メッシュでは良い形状精度が得られる反面、プログラム自体が難しくなる。三角形メッシュの場合、位置関係を示すデータ構造が難しく、プログラム開発にテクニックを要する。データ構造を配列のみで記述することは可能であるが、プログラム自体が分かりにくくなる。そこで、構造体やクラスが柔軟に使える言語C++を使って、プログラムを記述している。

2.3 粒子の位置の計算

PICを使うとき、それぞれの粒子がどの三角形メッシュに含まれるかを計算しなくてはならない。三角形の頂点から粒子の存在する位置の電磁場を計算するからである。通常使われる四角形メッシュでは二次元配列の添え字からその四角形の位置が直に分かるので、プログラムは単純である。それに対して、三角形メッシュを使うと、粒子の位置探索は簡単ではない。高速に計算できるルーチンが必要であ

る。

全ての三角形を検査して粒子の含まれるメッシュを探索するのは、計算量から得策ではない。そこで、まず四角形メッシュにより、大体の位置を捜す。実際には図1のようにする。四角形が含まれる三角形番号を予め計算しておく。四角形によっては複数の三角形に含まれる場合もあるが、大体の位置がわか

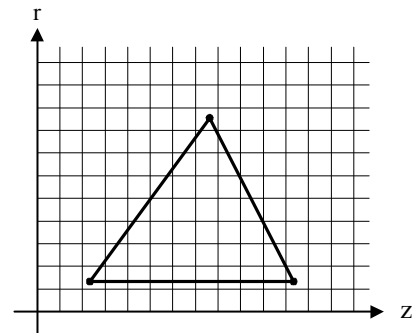


図1：三角メッシュと四角メッシュ

れば高速に探索できる。

2.4 入出力

計算結果は主にOpenGLを用いて表示している。OpenGLを用いることにより、簡単に美しいグラフィックの作成が可能である。また、我々の開発しているOSはLinuxであるが、Windowsでもほとんどそのまま、同じ出力が得られるのも良い。

更に入出力もユーザーの利便性を考え、GUIを採用している。普通であれば、GUIのプログラムは多くの時間が必要である。我々はTrolltech社のツールキットQt[5]を使って、GUIのルーチンを作っている。このツールキットは良くできており、比較的初心者でもGUIの構築ができる。また、Windowsにも移植可能ということで、将来の拡張も視野にしている。まだまだ開発すべき項目は多くあるが、少しずつ進歩している。

3. 計算結果

PICの計算ルーチンは完成していないが、初期電場を計算する有限要素法のルーチンはできている。それを使って計算した電子銃の静電場の様子を図2に示す。これは節点数が4585、要素数が8884の時の例であり、計算には12秒要した。この図の電子銃は直線から構成されているが、曲線の境界も計算できる。実際の計算では曲線要素を導入しているのではなく、曲線を小さな直線で近似しているだけであるが、必要十分な計算精度が得られる。

この静電場を初期の電磁場として、粒子の運動を計算する。もちろん、PIC法のルーチンでは磁場

の計算も含む。

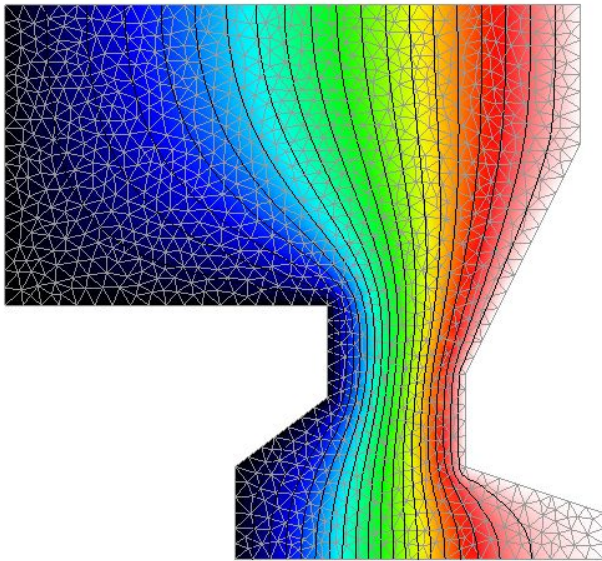


図2：静電場の計算結果

4. まとめ

初期電場を有限要素法で計算し、粒子の運動と電磁場の変化はPIC法で計算する電子銃のビームトラッキングコードを作成している。初期の電場を計算するルーチンは完成して、十分使える段階になっている。

それに対して、PIC法のルーチンのプログラム作成には手間取っている。四角形メッシュのPIC法は簡単であるが、三角形メッシュとなるとデータ構造が複雑なので、プログラムテクニックが必要となる。また、データ構造が複雑な分、計算に多くの時間を要するだろう。特に多数の粒子の運動を計算するとき、個々の粒子が存在するメッシュを探すことに多くの計算時間が取られる。配列で記述できる四角形メッシュを予め用意して、その位置情報から三角形メッシュを探そうとしている。

入出力の部分は、OpenGLとQtを使って作成している。これにより、LinuxでもWindowsでも、ソースコードをほとんど変えることなく、同じようなプログラムができることを期待している。

参考文献

- [1] W.B.Herrmannsfeldt, "Developments in electron gun simulation", SLAC-PUB-6498(1994)
- [2] Mission Research Corporation, Virginia, USA.
- [3] S.Michizono, H.Tsutsui, S.Matsumoto, Y.H.Chin and S.Fukuda, "ELECTRON GUN SIMULATION USING MAGIC", LINAC98, August, 1998
- [4] 本間利久 他, "数値電磁力学", 森北出版社, 2002.
- [5] Trolltech, <http://www.trolltech.com/>.