

STUDY ON ENERGY STABILITY OF THE ELECTRON BEAM ACCELERATED WITH A LINAC

Goro Isoyama, Ryukou Kato, Shigeru Kashiwagi
Institute of Scientific and Industrial Research, Osaka University
8-1 Mihogaoka, Ibaraki, Osaka, 567-0047

Abstract

Energy stability of an electron linac is studied in terms of two influential parameters, the klystron voltage and the temperature of accelerator tubes, to the amplitude and the phase of the accelerating RF field. The variation of the klystron voltage generates both the amplitude and the phase changes of the output RF power, while the variation of the temperature of acceleration tubes produces, due to thermal expansion or shrink of the tubes, changes in the resonance frequency and the phase velocity. The former produces the change in the RF amplitude and the latter generates effective change in the RF phase. Effects of these variations to the energy spectrum, that is, the shift of the peak energy and increase of the width are analysed with these parameters and permissible ranges in view of the energy stability are derived.

ライナックで加速する電子ビームのエネルギー安定性に関する考察

1. はじめに

ライナックで加速される電子ビームは、RF電場の振幅や位相の変化により短期的、長期的に影響を受けてそのエネルギースペクトルが変動する。ライナックの加速管に供給されるRFの振幅と位相は、クライストロンに加えらるるパルス電圧の変動や矩形パルス平坦部のリップルにより大きく変動するのは良く知られている[1]。他方、加速管冷却水の温度安定性が電子ビームの安定性と重要であることは認識されており、従来から冷却水の温度変動を ± 0.1 以内に抑えてきたし、最近では0.01以内の温度変動を実現することも可能である。クライストロン電圧や加速管冷却水温度の変動が電子ビームのエネルギーにどのような影響を与えるか、あるいはエネルギー変動を抑えるために両者に対しどの程度の安定性が要求されるかを考察する。

電子ビームのエネルギー変動は、ピークエネルギーの変動とエネルギー幅の変動に分類できる。クライストロン電圧の変動は、RFパワーの変化と位相の変化を同時に引起す。RF振幅の変化はピークエネルギーの変化を引起し、位相の変化はエネルギー幅を増大させる。位相変化は加速位相の変化を生じるので、ピークエネルギーも変化する。加速管の温度変化は、加速管を構成する銅の膨張と収縮による加速管サイズの変化により共振周波数の変化と位相速度の変化を引起す。同時に共振周波数の変化により加速電場が低下するのでピークエネルギーが低くなる。加速管の位相速度が変化すると、電子ビームの速度と同期がとれず、電子バンチの加速位相が加速管の中で連続的に変化する。この現象は、実効的に位相変化と同等なため、エネルギー幅の変化とそれに伴うピークエネルギーの変化を生ずる。これらの変動要因の解析と許容誤差について議論する。

2. エネルギーの安定性

ライナックで加速される電子バンチは、最大の加速エネルギーが得られると同時にそのエネルギー幅が最も狭くなるようにRF電場のクレスト、即ち $E = E_0 \cos(\theta=0)$ で加速される。以下の議論では、バンチの縦方向の電荷分布を標準偏差 σ_b のガウス分布と仮定すると同時に、バンチが加速管内に誘起する短距離縦方向ウェーク場の影響を無視する。

電子ビームのピークエネルギー E は、加速電場の振幅により決まり、振幅が変動すると加速エネルギーはその標準値の周りに、振幅変動の相対値に等しい変動 $\delta E/E = \delta V/V$ をする。他方、RF電場のクレストで加速することにより生ずる電子ビームのエネルギー幅は

$$(\sigma_E/E)_{\text{bunch}} = (1 - \cos(\sigma_b))/2 \cong \sigma_b^2/4 \quad (1)$$

で与えられる。ここで、相対エネルギー幅はバンチ長 σ_b に対応するエネルギー幅の半分とした。加速電場の位相が $\delta\phi$ 変化するとエネルギー幅は

$$(\sigma_E/E)_{\text{bunch+phase}} = (1 - \cos(\sigma_b + |\delta\phi|))/2 \quad (2)$$

となるが、位相変化の効果だけを取り出すと

$$\begin{aligned} (\sigma_E/E)_{\text{phase}}^2 &= (\sigma_E/E)_{\text{bunch+phase}}^2 - (\sigma_E/E)_{\text{bunch}}^2 \\ &= \sin^4((\sigma_b + |\delta\phi|)/2) - \sin^4(\sigma_b/2) \end{aligned} \quad (3)$$

である。位相が変化するとピークエネルギーもわずかにずれる。

$$(\delta E/E)_{\text{phase}} = -2 \sin^2(\delta\phi/4) \cong -(\delta\phi)^2/8 \quad (4)$$

このようにライナックで加速する電子ビームのエネルギー変化は、ピークエネルギーの変動とエネルギー幅の変化に分類することが出来る。電子ビームのエネルギースペクトル $I(E)$ はガウス型で表されると仮定する。ピークエネルギーの変動がランダム

に起こりその分布が標準偏差 δE のガウス分布で表されると仮定すると、ピークエネルギーの変動も時間平均後はエネルギー幅の増大と等価である。また、エネルギー幅の変動も標準偏差 σ_E のガウス分布に従うとすると、変動を取入れる前のエネルギー幅 $\sigma_{\text{intrinsic}}$ として変動を考慮した時のエネルギー幅 σ_{total} は

$$\sigma_{\text{total}}^2 = \sigma_{\text{intrinsic}}^2 + \sigma_{\text{error}}^2 = \sigma_{\text{intrinsic}}^2 + (\delta E)^2 + (\delta \sigma_E)^2 \quad (5)$$

となる。

電子ライナックで加速した電子ビームのエネルギー幅は半値幅で通常1%程度である。ガウス分布の半値幅 Σ と標準偏差 σ には $\Sigma=2.36 \times \sigma$ という関係があるので、半値幅で1%は標準偏差 $\sigma/E_0=0.425\%$ である。ピークエネルギーとエネルギー幅の変動によるエネルギー幅の増大の許容値を固有エネルギー幅の10%増しと置くと、固有のエネルギー幅が1%の場合には

$$(\sigma_{\text{error}}/E) = 0.458 \times (\sigma_{\text{intrinsic}}/E) = 1.95 \times 10^{-3} \quad (6)$$

となる。即ち、固有相対エネルギー幅の約46%程度以内の変動であれば短期と長期のエネルギー幅の増大を10%以内に抑えられる。

加速用RFパワーは、電子ビームのバンチングや前段加速のためにライナックの入射部でも用いられる。RFパワーの振幅と位相変動は、バンチの長さやエネルギー幅に影響を与えるが、入射部は各々の電子ライナックに固有の性質を持つ複雑であるので、この議論を通常の加速管だけに限定する。位相変動の影響はライナックと運転モードにより異なる。単一のクライストロンのみを使用する小型ライナックで短パルスの電子ビームを加速する場合、バンチング部と加速管が同じクライストロンからのRFパワーで励起されるので、バンチと加速RF位相の相対変化が小さくRF位相変動が電子エネルギーに与える影響は、無視できる。同じライナックで長い電子ビームを加速する場合には、RFパルス内の位相変動は移相器で補正できないために電子ビームエネルギーに影響を与える。2本以上のクライストロンを使用する中型や大型のライナックでは、バンチング部と一部を除く加速管で異なるクライストロンを使用するので、異なるクライストロンで発生するRFの相対位相変動がピークエネルギーとエネルギー幅に影響を与える。

3. 変動の原因

加速管のRF電場の振幅と位相に影響を与える部品は数多くあるが、ここではクライストロンに印加する電圧 V_k と加速管冷却水温度 T の2項目だけを取り上げる。これらの要素が大きな影響を与えると共に、現在の技術を持って、要求される安定度を実現するのはそれほど容易ではないからである。クライストロン電圧は、ピーク値の変動とパルス平坦部の電圧リップルによる変動の2種類がある。前者は、各々のクライストロンモジュレータ電源に固有のパルス毎の変動と、電源電圧や周波数、温度など外部環境に依存して共通に影響を受ける比較的遅い変動がある。後者はモジュレータ電源毎に固有である

がPFN回路を一度調整するとパルス毎の再現性は高い。加速管冷却水温度は、多くの場合ライナックの大きさによらず1台の温度調整機で制御され、温度の変動は比較的遅い。

3.1 クライストロン

クライストロンで発生するRFパワーの振幅と位相は、クライストロンに印加する電圧 V_k に依存する。クライストロンのRFパワーは印加電圧の5/2に比例するので、RF振幅の変動によるピークエネルギーの相対変動 $(\delta E/E)$ は、振幅の相対変動 $(\delta A/A)_k$ に等しく等しく、

$$(\delta E/E)_{\text{klystron}}^{\text{amplitude}} = (\delta A_k/A_k) = (5/4) \times (\delta V_k/V_k) \quad (7)$$

で与えられる。クライストロンの位相変動は

$$\delta \phi_k = - \frac{2\pi f_{RF} \ell_k}{c(\gamma_k + 1)\sqrt{\gamma_k^2 - 1}} \frac{\delta V_k}{V_k} \quad (8)$$

で計算できる。ここで、 f_{RF} はRF周波数、 ℓ_k はクライストロンのドリフト長、 γ_k はクライストロンビームの相対論的エネルギーである。この位相変化により電子ビームのエネルギー幅とピークエネルギーの変化は式(3)と(4)で与えられる。

3.2 加速管

電子ライナックの大部分は、 $2\pi/3$ モードの進行波型加速管を使用している。加速管のセル長 L で規格化した分散関数を

$$L/\lambda_0 = f(L/\lambda_g) \quad (9)$$

と書く。ここで λ_0 はRFの真空中での波長、 λ_g は加速管内での波長である。RF周波数 f_0 の変化や温加速管によるセルの大きさが変化すると、位相速度 $\beta_p = v_p/c$ が変化する。

$$\delta \beta_p = (1 - 1/\beta_g) (\delta L/L + \delta f_0/f_0) \quad (10)$$

群速度 β_g は、 L_t を加速管長、 t_{fill} を加速管のフィリングタイムとすると

$$\beta_g = \frac{v_g}{c} = \frac{d(L/\lambda_0)}{d(L/\lambda_g)} = \frac{df(L/\lambda_g)}{d(L/\lambda_g)} = \frac{L_t}{ct_{fill}} \quad (11)$$

で与えられる。加速電場の位相速度が変化すると電子バンチが感じる実効的なRF位相が加速管で変化する。単バンチにも影響を与える実効的な位相のずれは

$$\delta \phi = - \frac{2\pi f_0 L_t}{c} \delta \beta_p \quad (12)$$

で与えられる。加速管冷却水の温度が変動すると加速管の材質である銅の熱膨張や収縮による実効的位相変化は

$$\delta \phi_T = - \frac{2\pi f_{RF} L_t}{c} \left(1 - \frac{1}{\beta_g}\right) \alpha \delta T \quad (13)$$

で与えられる。ここで α は銅の20 °Cでの熱膨張率

$$\alpha = (dL/dT)/L = 1.63 \times 10^{-4} [1/^\circ C]$$

である。この実効的な位相変動により式(3)により

エネルギー幅が与えられ式(4)によりピークエネルギーのシフトが計算できる。

加速管の温度が変化して共振周波数がずれると加速電場の振幅が変化するので、ピークエネルギーが変化する。

$$(\delta E/E)_{\text{tube}}^{\text{amplitude}} = kQ^2 (\delta f_{RF}/f_{RF})^2 = k(Q\alpha\delta T)^2 \quad (14)$$

ここでQは加速管のQ値であり、 $\tau = t_{\text{fill}} \times (\pi f_{RF}/Q)$ と置くと定勾配型の加速管では $k = 2\tau(\tau + 1)/(\exp(2\tau) - 1)$ である。

4. エネルギー変動

4.1 単一クライストロンシステム

クライストロンを1本持つライナックのエネルギー変動は、1バンチから数バンチからなる短パルス電子ビームとパルス長が1マイクロ秒以上の長パルス電子ビームを加速する場合で異なる。いずれの場合も、加速管温度がピークエネルギーに与える影響は小さい。

• 短パルスビーム

短パルス電子ビームのエネルギー変動は

$$\left(\frac{\sigma_{\text{error}}}{E}\right)_{\text{short}}^2 \cong \left(\frac{\delta E}{E}\right)_{\text{klystron}}^2 + \left(\frac{\sigma_E}{E}\right)_{\text{tube}}^2 \quad (15)$$

で与えられる。式(15)の右辺第1項はクライストロン電圧変化が引起すRF振幅の変動によるピークエネルギー変化であり、第2項は加速管温度変化が引起す実効的な位相変化によるエネルギー幅の増大である。

• 長パルスビーム

長パルスのビームを加速する場合には、短パルスビームの場合と異なり、クライストロンに印加されるパルス高電圧平坦部の電圧リップルにより引起される位相変動が電子ビームのエネルギー幅を大きくする。

$$\left(\frac{\sigma_{\text{error}}}{E}\right)_{\text{short}}^2 \cong \left(\frac{\delta E}{E}\right)_{\text{klystron}}^2 + \left(\frac{\sigma_E}{E}\right)_{\text{klystron}}^2 + \left(\frac{\sigma_E}{E}\right)_{\text{tube}}^2 \quad (16)$$

4.2. 複数クライストロンシステム

クライストロンの使用台数をnとすると、クライストロンRFの位相変動によるエネルギー幅増大の項が付け加わる。複数台あるクライストロンのRF振幅と位相変動は、外的要因による変動を除きランダムに加算されるので相対変動の2乗はクライストロン台数の逆数に比例して減少する。ただし、最初のクライストロンRFの位相変動は誤差に寄与しないのでその効果を除くと

$$\left(\frac{\sigma_E}{E}\right)_{\text{error short}}^2 \cong \frac{1}{n} \left(\frac{\delta E}{E_0}\right)_{\text{klystron}}^2 + \frac{n-1}{n^2} \left(\frac{\sigma_E}{E_0}\right)_{\text{klystron}}^2 + \left(\frac{\sigma_E}{E_0}\right)_{\text{tube}}^2 \quad (17)$$

で与えられる。ここでE₀はクライストロン1台あたりの加速エネルギーである。式の右辺第2項がクライストロンRFの位相変動による寄与である。

5. 要求性能

電子ビームの安定化に要求されるクライストロン電圧と加速管冷却水温度に要求される安定性を大阪大学産業科学研究所の40MeV、Lバンド電子ライナックの長パルスモードを例に取り評価する。LバンドライナックはRF周波数1.3GHzのクライストロン1台を使用する。クライストロン電圧は240kVでクライストロンのドリフト長は0.885mである。バンチ長は半値幅で20ps、固有エネルギー幅は半値幅で1%である。加速管長は2.996m、フィリングタイムは1.73 s、Q値は19400である。

これらの数値をもとに長パルス電子ビームのエネルギー変動を与える式(16)を用いて、ビームエネルギー幅の増大を10%以下に抑えるために必要な許容変動を計算する。式(15)の右辺3項の寄与が互いに等しいと仮定して左辺の許容誤差を3等分する。固有エネルギー幅が1%の電子ビームに対しては、式(5)の右辺に示す許容誤差 $\sigma_E/E = 1.95 \times 10^{-3}$ を使用する。

式(16)の右辺第一項からクライストロン電圧のパルス毎の変動が $|\delta V_k/V_k|_{\text{pulse}} = 9.05 \times 10^{-4}$ 以下、第2項からクライストロン電圧のパルス内の変動、即ち電圧リップルが $|\delta V_k/V_k|_{\text{ripple}} = 1.31 \times 10^{-3}$ 以下、第3項から加速管の温度変動が $|\delta T| = 0.0511$ 以下であることが必要である。

逆にLバンドライナックのクライストロン電圧変動の全幅 1×10^{-3} と、電圧リップルの全幅 1×10^{-3} 、加速管冷却水温度変動の全幅0.01 を用いてエネルギー変動を求める。全幅の4分の1を標準偏差とすると、 $|\delta V_k/V_k|_{\text{pulse}} = |\delta V_k/V_k|_{\text{ripple}} = 2.5 \times 10^{-4}$ 、 $|\delta T| = 0.0025$ となる。この値を式(16)に代入して計算する。

$$\left(\frac{\sigma_E}{E}\right)_{\text{error long}}^2 \cong 9.80 \times 10^{-8} \left(\frac{\sigma_E}{E_0}\right)_{\text{klystron}}^2 + 1.97 \times 10^{-7} \left(\frac{\sigma_E}{E_0}\right)_{\text{klystron}}^2 + 4.84 \times 10^{-8} \left(\frac{\sigma_E}{E_0}\right)_{\text{tube}}^2 = 3.44 \times 10^{-7} \quad (18)$$

これより $\sigma_{\text{error}}/E = 5.87 \times 10^{-4}$ となり、エネルギー幅の増大も1%程度にすぎないので短期と長期的にも十分な安定性が確保できる。

参考文献

- [1] H. Hogg and J.V. Lebacqz, "Radiofrequency problems", in "Linear Accelerators", ed. P.M Lapostolle and A.L Septier, 1970, North-Holland, p.315.