

## NUMERICAL STUDY ON CHG-FEL

Heishun Zen<sup>\*,A,B)</sup>, Takanori Tanikawa<sup>B)</sup>, Yoshitaka Taira<sup>A,C)</sup>, Masahiro Adachi<sup>A,B)</sup>, Naoto Yamamoto<sup>C)</sup>,  
Masahito Hosaka<sup>C)</sup>, Masahiro Katoh<sup>A,B,C)</sup>,

<sup>A)</sup> UVSOR facility, Institute for Molecular Science, National Institute of Nature Science  
38, Nishigo-naka, Myodaiji-cho, Okazaki, Aichi, 444-8585

<sup>B)</sup> School of Physical Sciences, The Graduate School of Advanced Studies (Sokendai),  
38, Nishigo-naka, Myodaiji-cho, Okazaki, Aichi, 444-8585

<sup>C)</sup> Nagoya University, Furo-cho, Chikusa-ku, Nagoya 464-8603 Japan

### Abstract

A numerical simulation code which can deal the external laser chirping was developed to investigate the effect of the chirping on Coherent Harmonic Generation Free Electron Laser (CHG-FEL). A result of the code agreed well with previous experimental result. We investigated the effect of seed laser chirping on spectrum of CHG-FEL. As the results, it was confirmed that the seed laser chirping made no significant widening or distortion of CHG-FEL spectrum at unsaturated regime. On the contrary, at saturation regime, the numerical results predicted that the seed laser chirping induced significant spectrum distortion, which was caused by amplitude modulation due to saturation and quadratic phase modulation induced by seed laser chirping.

## 数値計算による CHG-FEL の研究

### 1. はじめに

Coherent Harmonic Generation Free Electron Laser (CHG-FEL)[1-3]は相対論的電子ビームと高強度レーザとのアンジュレータ中での相互作用を利用し、高調波を発生させる方法であり、短パルス、偏光可変なコヒーレント真空紫外光源として開発が進められている。我々の研究グループでは、高出力レーザと低エミッタンス蓄積リングを周回する電子ビームによる CHG-FEL 実験を行うと共に、観測された様々な現象を理解する為、独自の数値計算コードを開発している。

CHG-FEL では、シードレーザのパワーが強い場合に高調波光出力が飽和する[4]。このような飽和を避け強い出力光を得るため、シードレーザをチャープしてパルス長を伸ばし、レーザピーク強度を弱めると共に、相互作用する電子数を増やして高調波光出力(パルスエネルギー)を増大させるという手法がとられる。ところが、これまでの CHG-FEL 数値計算では、シードレーザがフーリエ限界パルスであるとして計算が行われてきており、レーザチャープが実用上重要であるにも関わらず、その影響は詳しく調べられてこなかった。

本研究では、シードレーザの周波数チャープの影響を評価するため、周波数チャープされたレーザ電場を正しく計算に取り入れた計算コードを作成し、その影響を評価した。

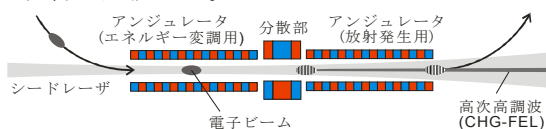


図 1 : CHG-FEL 実験系

### 2. CHG-FEL

CHG-FEL の実験系を図 1 に示す。電子ビームとシードレーザは 2 台のアンジュレータの間に分散部を配置した Optical Klystron (OK)と呼ばれる挿入光源に同軸に入射される。シードレーザは 1 台目のアンジュレータ(モジュレータと呼ぶ)中で焦点を結ぶ様に調整され、主にモジュレータ中でシードレーザと電子ビームの相互作用が生じる。この際、シードレーザの波長周期で正弦波状に変化するエネルギー変調が電子ビームに生じる。

分散部では、異なるエネルギーを持つ電子の行路長が異なる事により、モジュレータで与えられたエネルギー変調が密度変調へと変換され、シードレーザ波長以下のマイクロバンチが形成される。

マイクロバンチ化された電子ビームが放出する放射はその波長がマイクロバンチの長さよりも長い波長でコヒーレントな放射となる。マイクロバンチはレーザ 1 波長毎に存在する為、干渉によりコヒーレント放射の波長はレーザ波長の整数倍になる。また、2 台目のアンジュレータ(ラディエータと呼ぶ)での干渉も出力光の強度およびスペクトル幅に影響する。

### 3. 計算手法

開発した数値計算コードでは、初期分布として多数個の電子を時間とエネルギーの位相平面上に生成し、各電子についてモジュレータ部、分散部、ラディエータ部の影響をそれぞれ分けて計算している。

\* zen@ims.ac.jp

### 3.1 モジュレータ部

モジュレータ部では、一次元 FEL 方程式[5]を解き、モジュレータ中にてシードレーザにより電子ビームに与えられるエネルギー変調を求める。初期分布として与えた電子のうち、 $j$  番目の電子の FEL 方程式は

$$\frac{d\Psi_j(\tau)}{d\tau} = \mu_j(\tau) \quad (1)$$

$$\frac{d\mu_j(\zeta_j, \tau)}{d\tau} = \text{Re}[ia(\zeta_j, \tau)\exp\{\Psi_j(\tau)\}] \quad (2)$$

と表される(CHG-FEL ではアンジュレータ周期数が少なく、電子ビームのピーク電流が小さい為、レーザ場増幅は無視した)。式(1)、(2)の $\Psi_j$ は電子の位相、 $\mu_j$ は電子の無次元エネルギー、 $a$ はレーザ場の無次元電場エンベロップ、 $\tau$ は規格化時間、 $\zeta_j$ は無次元位置である。それぞれ、

$$\mu_j(\tau) = 4\pi N_w \frac{\gamma_j - \gamma_r}{\gamma_r} \quad (3)$$

$$a(\zeta_j, \tau) = \frac{4\pi e a_w \lambda_w [J_0(\xi) - J_1(\xi)] N_w^2}{\gamma_r^2 m_0 c^2} E(\zeta_j, \tau) e^{i\phi_L(\zeta_j, \tau)} \quad (4)$$

$$\tau = \frac{ct}{N_w \lambda_w}, \quad \zeta_j = \frac{z_j(t) - ct}{\lambda_L} \quad (5)$$

ここで、

$$a_w = K/\sqrt{2}, \quad \xi = \frac{a_w^2 \gamma_r^2}{2(1+a_w^2)\gamma_r^2}, \quad \gamma_r = \sqrt{\frac{\lambda_w(1+a_w^2)}{\lambda_L}} \quad (6)$$

であり、 $N_w$ 、 $\lambda_w$ 、 $K$ はそれぞれアンジュレータの周期数、周期長、 $K$ 値。 $\gamma_j$ は $j$ 番目の電子のエネルギー、 $\gamma_r$ は共鳴エネルギー、 $e$ は電気素量、 $m_0$ は電子の静止質量、 $c$ は光速、 $E(\zeta_j, \tau)$ はレーザ電場、 $\phi_L(\zeta_j, \tau)$ はレーザ位相、 $\lambda_L$ はレーザ波長である。

今回、特にレーザに与えた周波数チャープを正しく計算に取り込むため、レーザ電場を

$$E(t, z) e^{i\phi_L(\zeta_j, \tau)} = E_0 \exp[-b_1(t - z/c)^2] \times \exp[ib_2(t - z/c)^2] \quad (5)$$

$$b_1 = \frac{2 \ln 2}{\Delta\tau_p^2}, \quad b_2^2 = \frac{\Delta\omega^2}{4\Delta\tau_p^2} - \left( \frac{2 \ln 2}{\Delta\tau_p^2} \right)^2 \quad (6)$$

として計算を行った。ここで  $E_0$  はピーク電場、 $\Delta\tau_p$  はレーザパルス幅、 $\Delta\omega \approx 2\pi c \Delta\lambda / \lambda_L^2$  はレーザのバンド幅である。また、レーザ強度はモジュレータ中で一定であると仮定している。

### 3.2 分散部

分散部では、各電子のエネルギーの変化は無く、位相のみが

$$\Delta\Psi_j = \frac{N_d}{N_w} \mu_j - 2\pi N_d \quad (5)$$

に従って変化すると計算した[6]。 $N_d$ は分散部が何波長分の遅延を電子ビームに与えるかを表す。

### 3.3 ラディエータ部

ラディエータ部では、電子と放射場・レーザ場との相互作用は考慮せず、電子からの放射の干渉性のみを考慮した近似的な計算を行った。具体的には、電子が図 2(a)の様にラディエータ中で正弦波的偏向を受ける際に、図 2(b)に示した様に $\delta$ 関数的な放射を周期的に出すと近似し、ラディエータ入口での電子分布を平行移動・符号反転させて重ね合わせる事で放射電場を計算した。

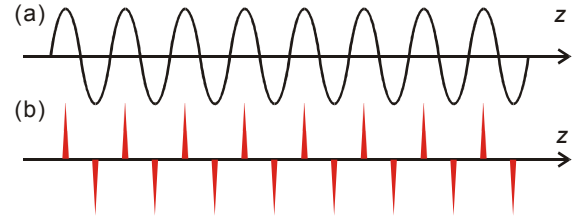


図 2：ラディエータ部の計算方法概略

表 1：計算条件

Electron Beam	
Beam Energy	600 MeV
Energy Spread (RMS)	$3.4 \times 10^{-4}$
Optical Klystron	
Number of Periods $N$	9 (modulator)
	9 (radiator)
Number of Equivalent Periods in Dispersive Section $N_d$	45
$K$ value	6.18
Seed Laser	
Central Wavelength	800 nm
Spectrum Width (FWHM)	11 nm
Pulse Duration (FWHM)	Transform Limit (87 fs), Chirped 872.7 fs
Laser Beam Size (FWHM)	5 mm

## 4. 計算条件

表 1 に計算条件を示す。計算条件は UVSOR において行われている CHG-FEL の実験条件[5]とほぼ同一である。計算には  $2 \times 10^7$  個のマクロ粒子を用い、時間方向の計算領域は 5 ps とした。初期分布としては時間方向には 5 ps の矩形バンチ、エネルギー方向には表 1 に示すエネルギーブレッドを標準偏差とするガウス分布を与えた。

また、計算結果として得られる放射電場形状は時間波形として与えられる為、得られた放射電場を数値計算ソフト Origin[7]バージョン 8 の FFT 解析を用いてフーリエ変換を行い、波長スペクトルを得た。

## 5. 計算結果

### 5.1 過去の実験結果との比較

まず、今回開発した数値計算コードの妥当性を評価するため、参考文献[3]にて報告された実験結果との比較を行った。参考文献[3]では、シードレーザをチャープして 1 ps までパルス幅を伸ばし、飽和領域においてサイドバンドが観測されている。

シードレーザのパルス長を 1 ps に固定し、レーザの波長スペクトル幅、ピークパワーを変えながら、実験結果と一致するスペクトル分布が得られる条件を探したところ、スペクトル幅 7 nm、ピークパワー 900 MW の条件において図 3(b)に示すように、実験結果(図 3(a)の FEL)と良い一致を得た。

この結果から、開発した計算コードにおいてシードレーザをチャープした効果が正しく計算可能である事が確かめられた。

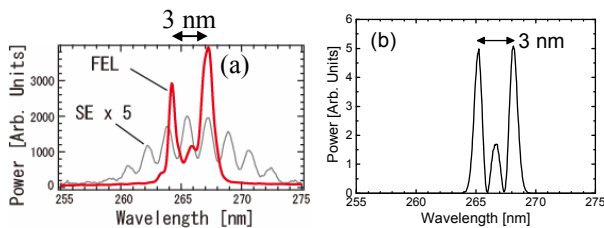


図 3：参考文献[3]にて報告された実験結果との比較。(a)実験結果、参考文献[3]より引用、(b)スペクトル幅 7 nm、ピークパワー 900 MW での計算結果。

### 5.2 非飽和領域での周波数チャープの効果

シードレーザをチャープした際に、スペクトル分布がどのように変化するかは、これまで詳細な評価は行われず、議論を呼んできた。ここでは、非飽和領域でのチャープの影響を評価するため、シードレーザのピークパワーを 100 MW に設定しチャープの有無でスペクトル分布の変化を調べた。計算条件は、表 1 に示す条件を用いた。

図 4 に計算により得られた時間領域の電場波形を示す。図 4(b)に見られる様に、パルス中心での電場波形はチャープの有無に依らず同一であるが、図 4(a)から明らかな様にパルス長が異なる。

次に図 5 に 3 次、5 次高調波スペクトルを示す

(チャープ時の結果は 10 分の 1 されている)。周波数チャープによりパルス長を 10 倍に伸ばした事により、波長あたりの強度が約 10 倍に増加している。また、チャープの有無でスペクトル幅には大きな変化はみられなかった。

図 6 に CHG 電場(図 4)の 3 次高調波成分のみを検査し、パワーおよび位相の時間変化を評価した結果を示す。一般に、光パルス長が長くなるとスペクトル幅は狭くなると考えられがちだが、計算結果ではパルス長が長くなったにも関わらず、スペクトル幅は狭くならなかった。これは、シードレーザのチャープにより、CHG 電場にも図 6(b)の様に 2 次の位相変調(周波数チャープ)が存在している為であると考えられる。

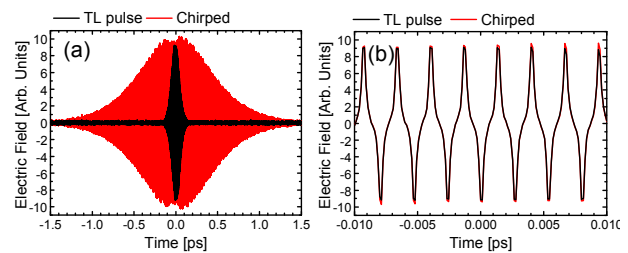


図 4：非飽和時の CHG-FEL 出力電場時間波形。(a)パルス全体、(b)パルス中心を拡大。

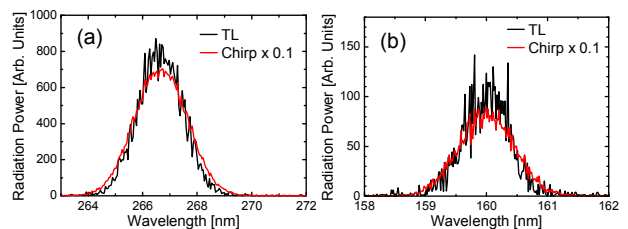


図 5：非飽和時の非チャープ時、チャープ時の出力光スペクトル。(a)3rd Harmonics、(b)5th Harmonics。

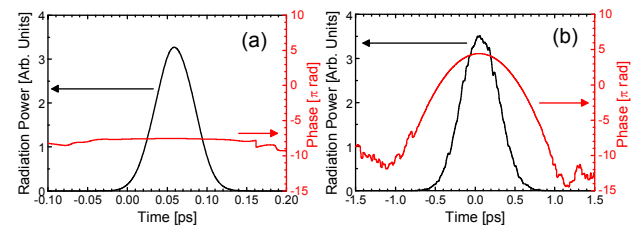


図 6：3 次高調波パワーと位相の時間変化。(a)TL pulse、(b)chirped 872.7 fs pulse。

### 5.3 浅い飽和領域での周波数チャープの効果

次に、5 次光にて最大の出力パルスエネルギーが得られるシードレーザピークパワー 300 MW での計算結果を示す。

図 6 に見られるように、電場波形のエンベロープは非飽和時と異なり、ガウス分布ではない。これはシードレーザ強度が強すぎる時間(時刻 0 付近)では、飽和が生じている為である。また、図 7 に示した波長スペクトルはチャープしていない条件(a)ではスペクトル幅は図 5 に比べて細くなっているが、チャー

ブしている場合(b)は図5に比べて太くなり、且つ矩形に近くなっている。また、その効果は3次光よりも5次光の方が顕著である。

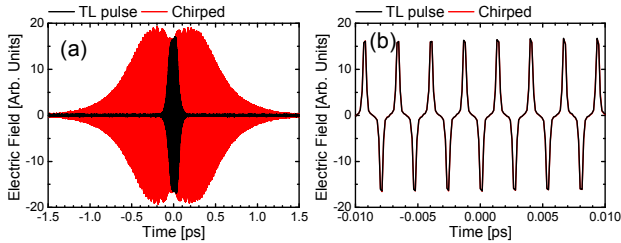


図6：浅い飽和条件でのCHG-FEL出力電場。(a)パルス全体、(b)中心部のみ拡大。

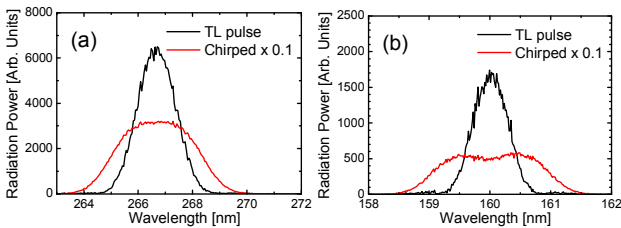


図7：浅い飽和条件での非チャープ時、チャープ時の出力光スペクトル。(a)3rd Harmonics、(b)5th Harmonics。

図8に3次高調波のパワーおよび位相の時間波形を示す。図8(a)、(b)を見比べると、パワーの時間波形はそのパルス幅が10倍になっただけで、パルス形状は両者ともガウス分布から離れ、矩形に歪んでいる。図8(b)ではシードレーザをチャープした効果により、3次高調波出力にも2次の位相変調、即ち周波数チャープが生じている。この際、パルス中で瞬時波長が線形に変化しており、飽和により生じた矩形の振幅変動がそのまま波長スペクトルに焼きなおされ、波長スペクトル分布が矩形になったと考えられる。一方、図8(a)では、矩形の振幅変動を持つものの、瞬時波長の変化は無く、波長スペクトルに直した際には、非飽和時に見られた綺麗なガウス分布の場合よりも波長スペクトルが狭くなったと考えられる。

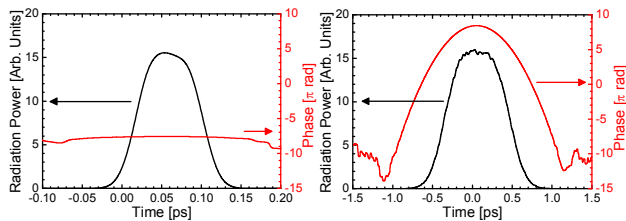


図8：3次高調波パワーと位相の時間変化。(a)TL pulse、(b)chirped 872.7 fs pulse。

図9に5次高調波のパワーおよび位相の時間波形を示す。図8の3次高調波の結果と比べて、パワーの時間波形が更に崩れ、二山になっている。高次光になればなるほど飽和によるオーバーバンチングに敏感になり、その効果が3次光よりも顕著にパワーの時間発展に現れている。図7において3次光と比べて、チャープした際に波長スペクトル幅の増加が顕著だった理由はパワーの時間波形が3次光よりも更に大きくガウス分布から離れ、幅広がっている為だと考えられる。

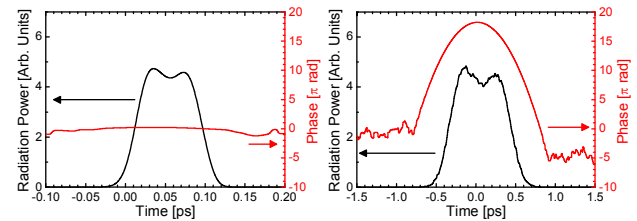


図9：5次高調波パワーと位相の時間変化。(a)TL pulse、(b)chirped 872.7 fs pulse。

## 6. まとめ

シードレーザの周波数チャープを正しく取り扱えるCHG-FEL数値計算コードを開発した。まず、開発したコードで得た計算結果と実験結果とを比較し、計算手法の妥当性を評価したところ、それぞれ良く一致し、計算の妥当性が示された。次に周波数チャープの効果を評価した。その結果、非飽和領域では出力光スペクトル構造への影響は無かった。一方、浅い飽和領域ではチャープ時にスペクトル構造が矩形になり、スペクトル幅が増大する効果がみられた。この効果は高次光になるに従い、顕著になる事が分かった。これは、高次光になればなるほど飽和によるオーバーバンチングに敏感になり、CHG-FEL出力パルス時間波形の歪みが大きくなるためだと判明した。

## 参考文献

- [1] L. H. Yu et al., Phys. Rev. A **44**, 5178 (1991).
- [2] G. D. Ninno et al., Phys. Rev. Lett. **101**, 053902 (2008).
- [3] M. Labat et al., Phys. Rev. Lett. **102**, 014801 (2009).
- [4] T. Tanikawa et al., Proc. of IPAC10, pp.2206-2208 (2010).
- [5] C.A. Brau, Free-Electron Lasers, Academic Press Inc. pp. 87-89 (1990).
- [6] Q. Jia, PR-ST AB, **8**, 060701 (2005).
- [7] OriginLab, <http://www.originlab.com/>