

AMPLITUDE DEPENDENT ORBIT SHIFT AND ITS EFFECT ON THE BEAM INJECTION

Yoshihiko Shoji^{1,A)}, Masaru Takao^{B)}, Takeshi Nakamura^{B)}, Takahide Shinomoto^{B)}, Yasuyuki Minagawa^{B)}, Jun Schimizu^{B)}

^{A)}LASTI, University of Hyogo, 1-1-2 Kouto, Kamigori-cho, Ako-gun, Hyogo, 678-1205

^{B)}JASRI, 1-1-1 Kouto, Sayo, Sayo-gun, Hyogo, 679-5198

Abstract

The betatron oscillation amplitude dependent orbit shift was measured at the electron storage ring, NewSUBARU. The result roughly agreed with the theoretical calculation. The effect of this shift on the beam injection is discussed using parameters of NewSUBARU and SPring-8 SR. Generally there exists a better side for the injection, the inner side or the outer side of the ring, which depends on the sign of the shift at the injection septum. In case of the NewSUBARU, the beam is injected from the outer side and the shift is positive. The effective thickness of the septum is reduced by the large oscillation amplitude of the injected beam. However, this effect becomes almost negligible with the running parameter at NewSUBARU, because of the deformation of the phase space contour. On the other hand at SPring-8, the beam is injected from the inner side of the ring while the orbit shift is negative. The injection from the inner side is better.

ベータトロン振幅依存の軌道中心変移とビーム入射

1. はじめに

シンクロトロン非線形効果として多く論ぜられてきたのは、非線形共鳴であり、それに関連した dynamic aperture 減少である。Dynamic aperture 減少を決定する重要パラメーターの一つが betatron amplitude dependent tune shift であるが、大部分の場合に問題とされるのは apertureギリギリの大振幅振動であり、電子シンクロトロンではそれが寿命を決定する要素の1つになる。この場合は、比較的低下の非線形効果は寄与が小さく、大きな問題とはならない。このレポートで扱う amplitude dependent orbit shift は、6極磁場によるクロマティシティー以外の非線形効果で、この低下の影響である。

この amplitude dependent orbit shift の検討例は多くないが、SPring-8 ではビーム不安定の検出に利用している。

本報告の内容はビーム入射点における amplitude dependent orbit shift の影響評価である。Shift はリングの内側からの入射と外側からの入射に対して逆に働くので、不利と有利を生む。単純に考えると、シフトがリング外側であり、外側からビームを入射する場合、大振幅ベータトロン振動を行う入射ビームの振動中心は、周回ビームのそれより外側であり、入射ビームの振動振幅を小さくする方向に働くであろう。従って入射セプタムの厚さは実効的に薄くなると期待できるだろう。この効果は、induction type ではない厚いセプタムを用いている、ニュースバルのような蓄積リングで効果があるかもしれないという事になる。

以下第2章では amplitude dependent orbit shift に対する解析計算式を示し、これに起因する tune shift

も計算する。さらに、これを確認する為に行ったニュースバルでの測定結果を報告する。第3章では、簡単なトラッキング計算による入射への影響、更に SPring-8 SR における入射への影響について述べる。

2. 振幅依存軌道変移とチューンシフト

2.1 解析的計算式

まずリング内の6極磁場成分 g を下式で定義する。

$$d\theta_x = (g/2)x^2 ds \quad (1)$$

ここで θ_x は horizontal deflection である。更に g を β 関数で規格化した G_x と G_y を下式で定義しておく。

$$G_x \equiv g\beta_x^{3/2} \quad (2a)$$

$$G_y \equiv g\beta_y\beta_x^{1/2} \quad (2b)$$

水平方向の Courant Snyder Invariant を J_x とすると、第1次(線形)近似での位置のズレ x は

$$x = \sqrt{\beta_x J_x} \cos \psi_x \quad (3)$$

と書ける。これを式(1)に代入して変形すると

$$d\theta_x = (g/4)\beta_x J_x (1 + \cos 2\psi_x) ds \quad (4)$$

となり、一定成分とベータトロン振動の2倍の振動数成分の和になっている。この一定成分を $d\theta_{x0}$ とすると、orbit shift dx_0 はこの deflection によって作られる COD なので、

$$dx_0 = \left[\frac{\sqrt{\beta_x \beta_{xs}}}{2 \sin \pi \nu_x} C(s, s_S) \right] d\theta_{x0} \quad (5)$$

である。ここで、 C は屢々使う位相ファクターで、

$$C(s, s_S) \equiv \cos(|\psi_x(s) - \psi_x(s_S)| - \pi \nu_x) \quad (6)$$

である。 g が連続的に分布する場合は、式(4)から得られる $d\theta_{x0}$ を式(5)に代入して積分し、

¹ E-mail: shoji@lasti.u-hyogo.ac.jp

$$x_0(s) = \frac{\sqrt{\beta_x(s)}}{8 \sin \pi \nu_x} J_x \int_0^L G_x(s_s) C(s, s_s) ds_s \quad (7)$$

となる。垂直方向も同様にして計算でき、トータルでは

$$x_0(s) = \frac{\sqrt{\beta_x(s)}}{8 \sin \pi \nu_x} \int_0^L [J_x G_x(s_s) - J_y G_y(s_s)] C(s, s_s) ds \quad (8)$$

である。

低次の amplitude dependent tune shift は sextupole magnet 位置の orbit shift に起因するものなので、例えば horizontal tune shift は

$$d\Delta \nu_x = -\frac{1}{4\pi} \beta_x x_0 g ds \quad (9)$$

から計算できる。式(8)を代入して積分すると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta \nu_x}{\partial J_x} &= \frac{1}{32\pi \sin \pi \nu_x} \iint G_x(s) G_x(s_s) C(s, s_s) ds ds_s \\ \frac{\partial \Delta \nu_y}{\partial J_y} &= \frac{1}{32\pi \sin \pi \nu_x} \iint G_y(s) G_y(s_s) C(s, s_s) ds ds_s \\ \frac{\partial \Delta \nu_x}{\partial J_y} &= \frac{\partial \Delta \nu_y}{\partial J_x} = \frac{1}{32\pi \sin \pi \nu_x} \iint G_x(s) G_y(s_s) C(s, s_s) ds ds_s \end{aligned} \quad (10)$$

である。

ここまでの計算は、粒子がベータトロン振動を始めた直後の状態である。実際は、リング一周の周長変化 ΔL があり、下式で与えられる[1, 2]。

$$\Delta L = -2\pi(\xi_x J_x + \xi_y J_y) \quad (11)$$

ここで ξ_x と ξ_y は水平と垂直の chromaticity である。これによってシンクロトロン振動が始り、電子蓄積リングの場合の振動中心のエネルギーは

$$\delta = (2\pi/\alpha_p L_0)(\xi_x J_x + \xi_y J_y) \quad (12)$$

変化する。ここで α_p は momentum compaction factor である。従ってシンクロトロン振動より長い時間で考えると、振動中心の軌道変移は式(8)に $\eta\delta$ が加わったものとなる。チューンシフトは、正確にはシンクロトロン振動中心に対するシフトと考えると chromatic shift が加わり、式(10)の水平垂直方向それぞれに $\xi_x \delta$ 、 $\xi_y \delta$ が加わる。

Fig. 1 は式(9)から計算した orbit shift である。

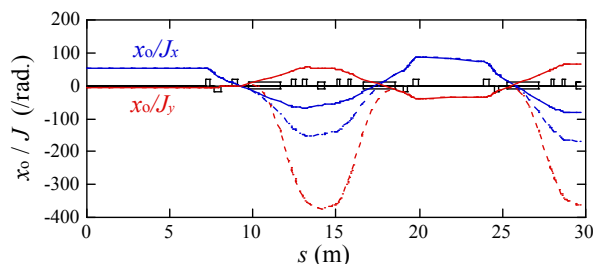


Figure 1: Amplitude dependent orbit shift in 1/4 of NewSUBARU storage ring. The broken lines are the shifts of the synchrotron oscillation center.

2.2 軌道変移の測定と結果

ニューズバルで水平方向ベータトロン振幅依存の

軌道変移を計測した。電子ビームを蓄積しておき、入射バンプ用キッカーを使って水平方向ベータトロン振動を起こす。蓄積リング内の18台のBPMで電子軌道の振動を計測し、振動中心のシフトと振動数を得た。蓄積ビームが僅かに(0.4%未満)削られて減ってしまう振幅 ($J_x=5 \mu\text{rad}$) の蹴り角を100%とすると、10%, 30%, 50%, 80%の蹴り角で J_x 依存を測定した。測定はベータトロン振動開始後約16 μs (40ターン)で、シンクロトロン振動周期(160 μs)より十分短いので式(10)の効果は入らず、得られるのは式(6)と式(9)の最初の式である。

Orbit shiftの測定結果をFig.2に示す。測定精度を考えると、計算と十分合っているといえる。

Tune shiftの測定結果をFig.3に示す。測定ターン数は僅か40ターンであったので誤差が大きく、「予想程度に小さい事が確認できた」というレベルの測定であった。

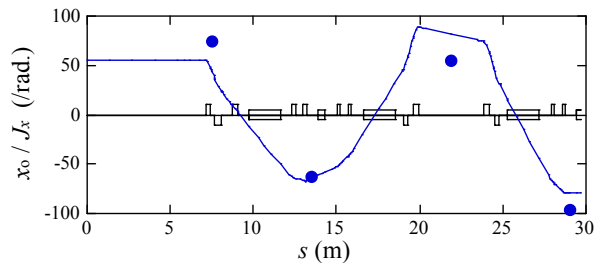


Figure 2: Amplitude dependent orbit shift. The circles are the measured shift and the line is the calculated shift using the analytical formula.

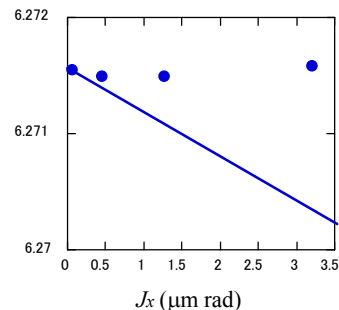


Figure 3: Amplitude dependent tune shift. The circles are the measured and the line is the calculated shift using the analytical formula.

3. 入射への影響

3.1 基本的考え方

ここでは、入射への影響を計算する。例えばリングの外側から入射する場合、振動中心がリング外側にシフトしているならば、同じ位置に入射する電子の蓄積リング内でのベータトロン振動振幅は僅かに小さくなると期待できる。逆に内側から入射するのは不利になると予想できる。

3.2 NewSUBARU での計算

電子蓄積リング NewSUBARU で、この効果を計

算によって評価した。計算は6極磁場までを取り込んだ、手製の tracking program で行った。設定したリングパラメータを Table I に示す。Vertical emittance と energy spread はゼロとして計算を単純化した。

入射点は Fig.1 の $s=20$ m である。Fig. 4 はこの位置における、大振幅ベータトロン振動に対する horizontal phase space contour (Poincaré map) である。

Table I: Basic parameters of NewSUBARU

Parameters	value
Betatron tune: ν_x / ν_y	6.30 / 2.23
Horizontal emittance :	50π nm
Septum wall from the beam center	+21 mm
Septum thickness	3 mm

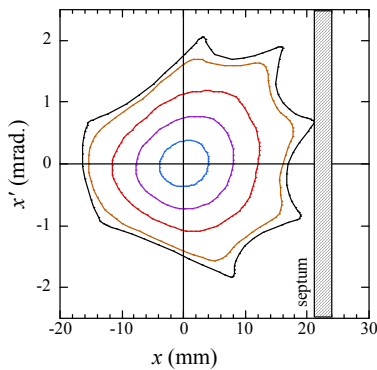


Figure 4: Phase space contour at the injection point of NewSUBARU.

まず閉じたパルスバンプ軌道を作り、蓄積ビームを septum に近づける。Bump height を 18.2mm とすると、蓄積ビームサイズで 4σ の粒子が蓄積軌道から 21mm の septum wall ギリギリを通過する。この様子を示したものが Fig.5(a)で、入射電子は septum の外側ギリギリの赤で示した軌道から入射する。入射ビームの広がりは無視する。 4σ の蓄積ビームの辺縁と入射ビームがリング内を周回したときの phase space 内の動きが Fig.5 (b) である。Septum がリング内側にあった場合も同様に計算する。但し Fig.4 を反映させて septum wall は -16.5mm とした。この結果が Fig. 5 (c) と (d) である。

リング外側から入射した側場合と、内側から入射した場合の入射ビームのベータトロン振動振幅を比較すると、期待に反してほとんど差が無い。これは、以下のように解釈できる。 J_x に対する x の重心と、中央値(最大と最小の中間)の変化を Fig.3 から計算してプロットした結果が Fig. 6 である。重心はほぼ線形に shift するが、中央値はほとんど変化しない。これが内側入射と外側入射に差が出なかった理由である。

当然ながらこれらのズレは6極磁場設定は勿論、ベータトロン振動数にも依存する。Fig.6 には $\nu_x = 6.207$ で計算したシフトも示した。問題は中央値の shift で、 $\nu_x = 6.302$ よりかなり大きくなる。

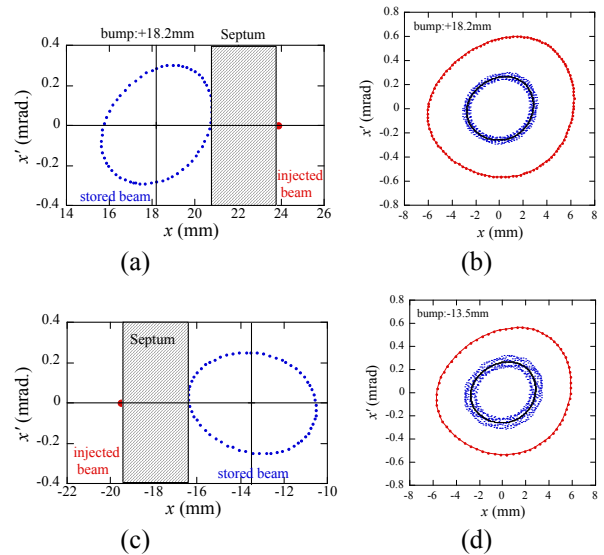
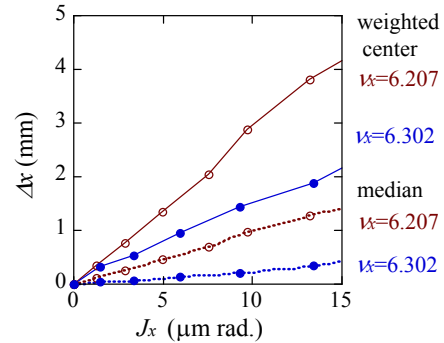


Figure 5: Phase space contour at the injection point. (a) and (c) show that at the initial turn at the injection and (b) and (d) show that after the injection. The above and below are for the injection from the outer side and the inner side of the ring.


 Figure 6: J_x dependence of the weighted center and the median of the stored beam at NewSUBARU for $\nu_x = 6.302$ and 6.207 .

3.3 SPring-8 蓄積リングでの計算

ニュースパルがリング外側からの入射であるのに対して、SPring-8蓄積リングは内側からの入射である。重心の移動はFig.7のphase space contourでも確認できる。Amplitude dependent orbit shiftは、Fig.8に示すようにニュースパルとは逆符号で、median の shift も大きいので、現状の入射が有利になっていると思われる。

Fig. 9はSPring-8蓄積リングの dynamic aperture である。リング内側 (x 座標負側) が広く、非対称になっている。実験的に aperture を確認する為に、入射バンプを用いて蓄積ビームをキックし (上流、下流半分ずつ励磁して水平方向に変位を与え)、その後の生存率を測定した[3]。結果がFig.8で、dynamic aperture の計算値にほぼ一致する非対称が得られた。

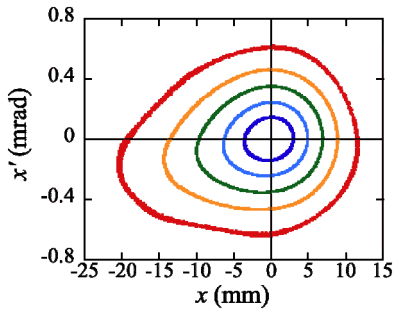


Figure 7: Phase space contour at the injection point of SPring-8 SR.

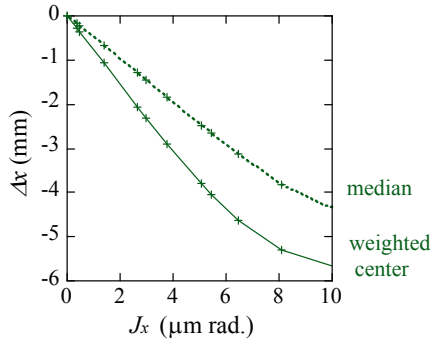


Figure 8: J_x dependence of the weighted center and the median of the stored beam at SPring-8 SR.

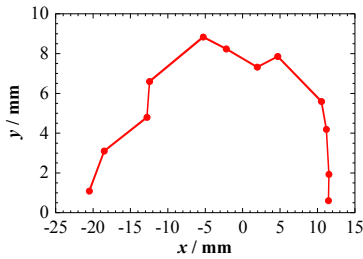


Figure 9: Calculated dynamic aperture of the SPring-8 SR.

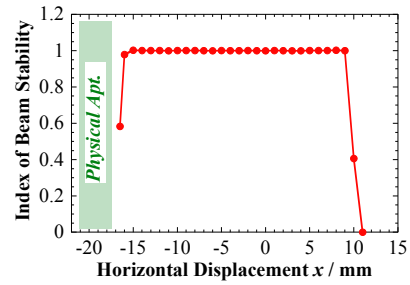


Figure 10: Measured aperture of the SPring-8 SR.

まとめ

6極電磁石による、振幅依存の振動中心シフトを与える解析的計算式を示し、その正当性をニュースバルで確認した。

このシフトの帰結のひとつとして、ビーム入射をリング内側から行うか外側から行うかで、有利と不利が生まれると予想できる。この効果の実証は困難だが、ニュースバルとSPring-8のケースで計算し、評価した。チューンなどのパラメーターに対する依存は無視できないので決定的ではないが、振動中心のシフト方向にから入射する事が有利という傾向が見られた。

参考文献

- [1] E. Forest, "Beam Dynamics – A New Attitude and Framework", Harwood Academic Publishers, 1998, Chap.9, p.264.
- [2] Y. Shoji, Phys. Rev. ST-AB 8, 094001 (2005).
- [3] M. Takao, et al, Proc. IPAC10, (2010), 4671 (THPE067).