

# INPUT IMPEDANCE OF THE GRID-CATHODE ASSEMBLY OF A SUB-NANOSECOND ELECTRON GUN —NUMERICAL ANALYSIS—

H. Yamazaki and A. Homma

Department of Nuclear Engineering, Faculty of Engineering,  
Hokkaido University

## ABSTRACT

One-dimensional radial propagation of an electric signal at the grid-cathode gap of an electron gun was calculated numerically by the method of characteristics; the signal is supplied at the outer edge of the gap from a signal source which has a fixed output impedance (not zero), accompanying voltage drops according to loads. An electron current from the cathode was considered in the calculation. The partial reflection of outgoing waves at the gap-edge due to the source-impedance was taken into account. The space-time aspect of the propagation was graphically given. The effective input impedance at the gap-edge was evaluated from the calculational result.

## サブナノ秒電子銃のグリッドインピーダンスの数値解析

### 1. 序

電子銃のグリッド・カソード間に加えられるグリッド制御信号は、ビーム電流値、ビーム波形を決定する重要な働きを持つが、これは信号源から送り出した波形そのものではなく、途中の線路の状態（不連続の存在、特性インピーダンスの値等）やグリッド外縁部における透過および反射の様子により変形を受ける。本研究の目的は、供給信号波形とビーム波形との関係を解明し、信号源の出力インピーダンス、供給線路の特性インピーダンスとその長さの最適化にあるが、その第一歩として、グリッド・カソード間ギャップにおける信号伝播をの数値シミュレーションを行い、グリッドの入力インピーダンスについて考察した。

### 2. 計算モデル

fig.1 に示すように、グリッド・カソードを間隔  $d$  で平行に置かれた半径  $R$  の金属円板と考える ( $d \ll R$  とする)、この間の空間における電磁波の  $r$  方向一次元伝播を考える。電界、ビーム電流は  $z$  成分のみである。信号は、出力インピーダンス  $z_s$ 、起電力  $V$  の電源により、円板周辺から軸対称を保って加えられる。マクスウェル方程式と金属（完全導体）境界条件より、ギャップ空間における支配方程式は、電界の  $z$  成分を  $E (= V/d)$ 、ビーム電流を  $i$  として、

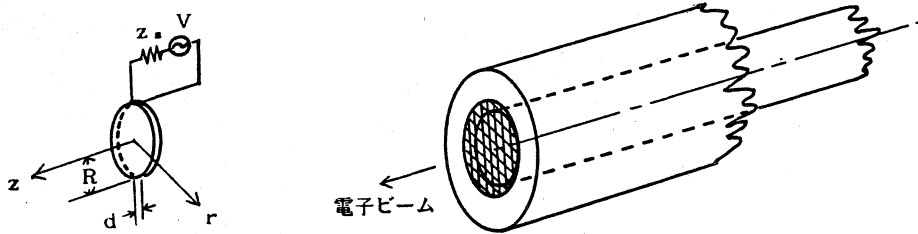


fig.1. Schematic of the grid-cathode assembly.

$$\frac{\partial^2 E}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E}{\partial r} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial i}{\partial t} = 0, \quad (1)$$

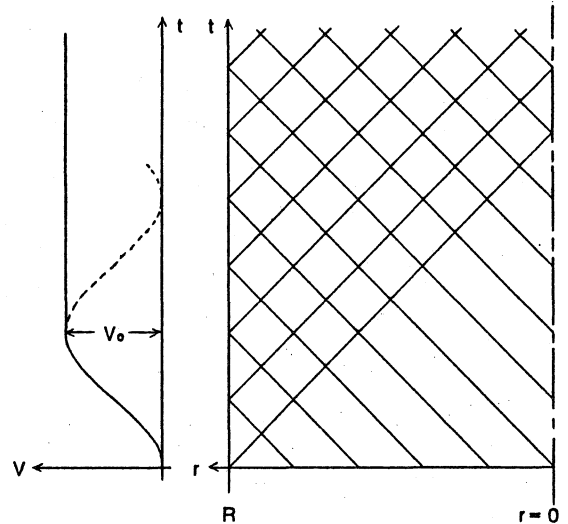
$$i = a (b - E)^{3/2}, \quad \text{for } E \leq b$$

$$i = 0, \quad \text{for } E > b$$

$$a < 0, \quad b > 0$$

となる。ここで、ビーム電子は、カソード面より空間電荷制限領域動作で放出されるものとした。式(1)を fig.2 に示されるような特性曲線群に沿っての微分方程式に書き換え、特性曲線群の交点をメッシュポイントとする差分方程式とし、数値解を求めた。

グリッド外縁 ( $r=R$ ) において、外向波が一部反射して内向波に転ずる効果を考慮した。信号入力波形として、fig.2 左に示されるステップ状のものを採用した。



$$v = \frac{V_0}{2} (1 - \cos(\frac{\pi}{T_r} t)), \quad 0 \leq t \leq T_r$$

$$v = V_0, \quad t > T_r$$

fig.2. Characteristic lines on the r-t plane and the wave form of the source signal.

### 3. 計算結果

fig.3 に電界の時間・空間変化の様子を、電源インピーダンス  $z_s$  の種々の値とビーム電流の有無の各場合に対し示してある。  $z_s$  の単位に用いた  $z_0$  ( $=\sqrt{\mu_0 / \epsilon_0} d / 2\pi R$ ) は、グリッド・カソード間ギャップ外縁部の実効特性インピーダンスである。  $z_s = 0$  の場合は、外縁において外向波が反射し、符号を反転して同振幅の内向波となるため、ステップ信号の台地に振動が発生するが、他の場合ではほぼ一定値に留まる。ビーム電流の存在は、信号のパワーの吸収のために、振動を抑え台地の高さを低くする。fig.3 は、いずれも入力信号の立ち上がりの目安である  $T_r$  が  $3(R/c)$  で、具体例として  $R=8.5 \text{ mm}$  をとると  $85 \text{ ps}$  となり、非常に速い信号の場合に当たる。もう少し現実的な場合として、 $T_r = 20(R/c)$  の場合の、中心における電界の時間変化を fig.4 に示す。ビーム電流の存在する場合なので、信号源の出力インピーダンス  $z_s$  により、ステップの台地の高さは異なる高さに収束する。

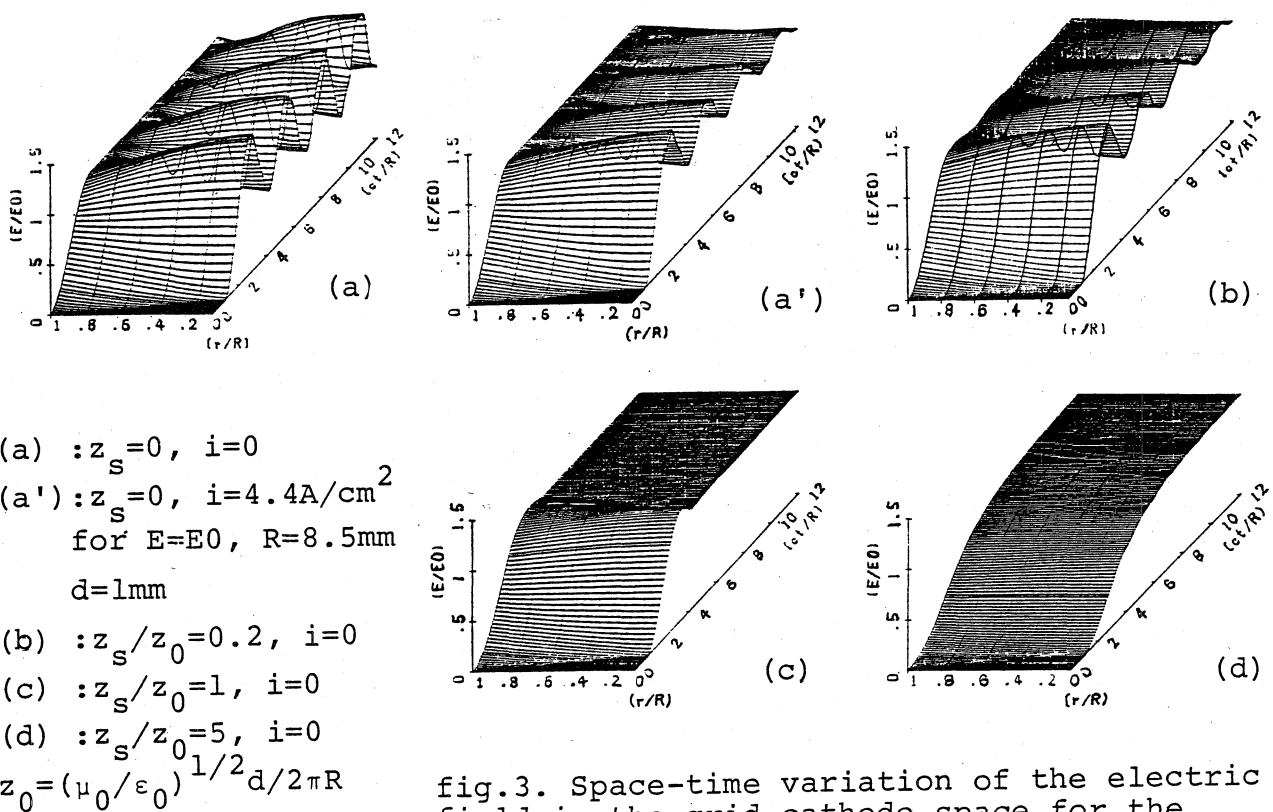


fig.3. Space-time variation of the electric field in the grid-cathode space for the source signal given in fig.2. All of the graphs are for  $T_r=3(R/c)$ .

#### 4. グリッドインピーダンス

電界と電流が空間分布を持つため、グリッドの入力インピーダンス  $z_g$  をどう定義するか、が問題となる。一案として、積分ビーム電流値  $I$  と実効グリッド電圧  $V_g$  より、 $z_g = V_g / I$  とした。この場合、 $V_g$  の評価に一考を要するが、ここでは、信号源起電力  $V_0$  の分圧の式、

$$V_g = V_0 z_g / (z_s + z_g)$$

を用いた。これら二式より  $V_g$  を消去し、 $z_g$  を  $z_s, I, V_0$  より決定する。一例として、fig.4 で、 $t = 24 (R/c)$  における  $z_g$  を求めたところ、 $z_s / z_0 = 1.5$  に対し、

$z_g / z_0 = 10.1, 11.2$  となった。このとき、 $R=8.5 \text{ mm}, d=1 \text{ mm}, V_0=700 \text{ V}$  として、 $z_0 = 7.06 \Omega, I$  はそれぞれの場合に対し、 $8.93 \text{ A}, 6.12 \text{ A}$  である。

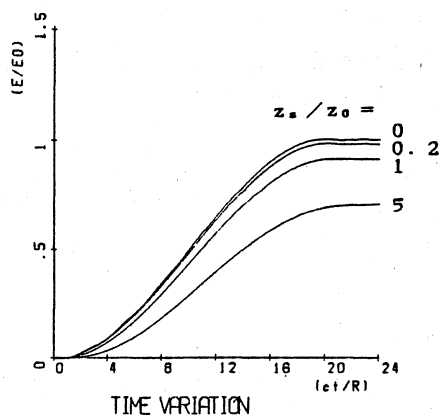


fig.4. Time variation of the electric field in the grid-cathode space for  $T_r=20(R/c)$ . Beam current conditions are the same as the case (a') in fig.3.