

## 直流が流れる金属抵抗性導体における電磁気現象： ピンチ効果（ホール効果）と場の理論

### ELECTROMAGNETIC PHENOMENA IN A SINGLE METALLIC RESISTIVE CONDUCTOR WHEN A DIRECT CURRENT FLOWS: PINCH EFFECT (HALL EFFECT) AND FIELD THEORY

佐藤健次  
Kenji Sato

National Institute of Radiological Sciences, HIMAC

#### Abstract

In conventional classical electrodynamics, a single metallic resistive conductor is considered to be electrically neutralized in all parts of its interior when a direct current flows. Based on the field theory of electromagnetism, it is thought that Joule's heat is not supplied through a conductor, itself, but from the outside through its surface with the Poynting's vector, which represents the flow of electromagnetic energy. In contrast to this common knowledge, this paper describes a new understanding that the surface of a conductor is positively charged as a thin layer, and that its inner volume is negatively charged due to a pinch effect (Hall effect) on any direct current. As a result, three components of electric- and magnetic-fields appear inside a cylindrical conductor: a radial electric field, an axial electric field, and an angular magnetic field. A non-zero Poynting vector appears inside the conductor towards a radial direction, which supplies Joule's heat inside the conductor, itself. The surface charge density of a positively charged layer and the radial electric field at the surface satisfies a boundary condition. It is then shown that Drude's free-electron model provides a negligible amount of pinch effect so that the conductor is neutralized everywhere, as expressed by common knowledge. However, Sommerfeld's free-electron model based on Pauli's exclusion principle in quantum mechanics provides a reasonable amount of pinch effect so that the conductor has a non-zero charge distribution, as expressed by the new understanding. A field theory of electromagnetism based on the pinch effect is apparently valid as a whole based on the present argument.

#### 1. はじめに

熊谷寛夫先生の電磁気学の参考書<sup>[1]</sup>には、「§ 6.2 導体の中の電流の考察」と題した節があり、他の電磁気学の参考書には見られないことが書かれている。この節の本来の主旨は、金属抵抗性導体に直流が流れるときの、実験室系と自由電子静止系との電磁場の相対性について、円柱状の直線導体で、説明することであるが、従来の古典電磁気学の常識に反したことが書かれている。実験室系で見たとき、従来は、導体の内部では、電氣的に中性であるとされている<sup>[2,3]</sup>が、それとは違って、実験室系であっても、導体の表面は正に帯電し、導体の内部は負に帯電すると書かれている。その現象を、本報告では、ピンチ効果と呼んだが、ホール効果<sup>[4]</sup>とも呼べるものである。その結果、導体の内部には、電流が流れる軸方向に垂直な半径方向に電場が生じ、また、角度方向に磁場が生じる。もちろん、電流が流れる軸方向には、電場が存在する。ただし、直流が流れる場合、導体の外部から見ると、全体としては、正と負とが相殺して中性であるので、導体の外部では、電流による磁場は発生するものの、電場は発生せずゼロになっている。

一見正しく思える話であるが、従来の古典電磁気学

では、これとは違って、どの電磁気学の参考書でも、混乱した説明が行われている。それを紹介し、それを改めて正しい話にするのが、本報告の目的である。

熊谷寛夫先生と同じく、導体の表面は正に帯電し、導体の内部は負に帯電することが、例えば、太田浩一著の参考書<sup>[5]</sup>では、「9.2 磁場中の伝導電流とホール効果」の節で、説明されている。ところが、同じ著者の参考書<sup>[6]</sup>では、「12.7 電磁場エネルギー流密度：ポインティングベクトル」の節で、導体の外部の電磁場エネルギーが、その流れであるポインティングベクトルとして、導体の表面を通して導体の内部に移動し、電流が流れる抵抗性導体で発生するジュール熱として消費されるとされている。これにより、場の理論が成立していると説明されているが、その計算に当たり、導体の外部の電磁場はノンゼロとされている。また、導体の表面は正に帯電し、導体の内部は負に帯電することは忘れ去られ、導体の内部は電氣的に中性であると考えられているようである。これと似たような話は、どの電磁気学の参考書でも登場する<sup>[7,8]</sup>。

一体全体、どうなっているのであろうか。やっぱり、直流が流れる導体の外部の電場はゼロであると考えたい。そうであれば、導体の外部の電磁場はノンゼロとして、外部のポインティングベクトルを計算するには、無理がある。それも、「場の理論」の言葉の下に、こんな無理を教えられ教えて来たのであるから、

混乱の極みと言えは良いであろう。混乱するのはともかくとして、場の理論の有効性を、自ら、駄目にして来た可能性があり、それこそ、困ったことである。

筆者は、あれこれと数式をひねくり回していたところ、導体の内部に発生する軸方向の電場と角度方向の磁場により、導体の内部で、半径方向のポインティングベクトルが定まることに気付いた。しかも、正に帯電する層の厚さが何であろうと、導体の内部で、そのポインティングベクトルが半径方向に運ぶ電磁場エネルギーはジュール熱と一致し、さらに、境界条件が満たされているのである。驚いたことに、層の厚さとは無関係に、一般的に、場の理論が成立していることが判明した。それが、本報告の骨格をなしている。

ところが、熊谷寛夫先生の参考書自身が、電磁場の相対性を論じたその後、困った展開を見せる。参考書<sup>9)</sup>でも同じであるが、ピンチ効果（ホール効果）は無視出来る電磁気現象であり、その結果、抵抗性導体の内部は電気的に中性であるとされているのである。

その昔から、何故、ピンチ効果（ホール効果）を無視することになったかについて、筆者は、場の理論の正しさと同時に、その理由に気付いた。古典自由電子模型を考えたからである。これはドルーデの自由電子模型として知られているが、金属抵抗性導体を構成している金属原子の全てが、金属イオンと自由電子になるとされる。その結果、ピンチ効果やホール効果は無視出来るほど、小さくなる。

しかし、これに対して、量子力学においては、電子が移動して、金属原子や金属イオンと衝突したとき、衝突後の電子の状態が既に占められているときには、パウリの排他律により、その衝突が起こらないことが判明している<sup>10)</sup>。ゾマーフェルトの自由電子模型として知られているが、フェルミエネルギーより高いエネルギーの自由電子のみが電流となり、そのときの速度は、古典自由電子模型のときよりも、10桁ほど、速くなる。その結果、ピンチ効果やホール効果は無視出来ないことになる。この現象を古典論に翻訳すると、金属原子の全てが金属イオンと自由電子になることはないと考えれば良いことになる。この現象も、また、本報告の骨格をなしている。

それにしても、何故、こうしたことに気付いたのかについて、簡単に説明しておきたい。筆者は、古典電磁気学の見直しが必要と考えており、その例証を見付け出すことに取り組んでいるが、例えば、日本学士院紀要の土岐博・佐藤健次の共著論文<sup>[10]</sup>では、Anticipation of new paradigm of basic electromagnetism の節を設けた。また、『加速器』の最新号の「解説」<sup>[11]</sup>では、「新しい古典電磁気学の到来の予感」と呼んでいる。こうした見直しの一環として、筆者は、2012年の第9回日本加速器学会年会で、本報告の交流版とも言える、「導電性媒質の内部の電磁場の挙動：伝搬と放射及びその航跡（ウェーク）」と題した報告<sup>[12]</sup>を行った。これは導電性媒質（筆者注：金属抵抗性導体と同じ）に交流が流れるとき、い

わゆる表皮効果として知られている電磁気現象の解について論じたものであるが、今なお、その解を得ることは出来ていない。

いずれの論文でも、コンデンサーは不適切な物理量であり、電位係数こそ適切な物理量であるとしている。どうやら、コンデンサーを通して電気現象が起こると言う、従来の考えを捨てることで、本報告のように、直流での正しい解が得られた気がする。

## 2. 実験室系で見たときの電磁気現象

### 2.1 ピンチ効果（ホール効果）と境界条件

金属抵抗性導体は、金属原子が電離して、金属イオンと自由電子になっている電磁気的な体系と考えられる。ただし、金属原子の全てが金属イオンと自由電子にはならないと考えることにする。このとき、金属原子なり、金属イオンなりが、結晶格子を形作り、それらはほとんど移動出来ないのに対して、自由電子は移動出来る。金属抵抗性導体は、裸のままの金属イオンと自由電子からなると言うよりは、金属原子や金属イオン及び自由電子の容れ物になっていると考えた方が良いでしょう。従って、裸のままの荷電粒子で発生する電磁気現象とは異なる電磁気現象が発生すると考えた方が良いでしょう。

ここでは、金属抵抗性導体は半径が  $a$  の円柱状の直線導体であるとし、円柱座標  $(r, \theta, y)$  を採用する。このとき、自由電子が軸  $y$  の正の方向に移動して直流の電流となると、その電流で発生する磁場は角度  $\theta$  の正の方向を向き、その磁場  $B_\theta(r)$  によって、自由電子と金属イオンは半径  $r$  の方向にキックされる。しかし、

直流が流れる金属抵抗性導体における電磁気現象：  
 ピンチ効果と場の理論

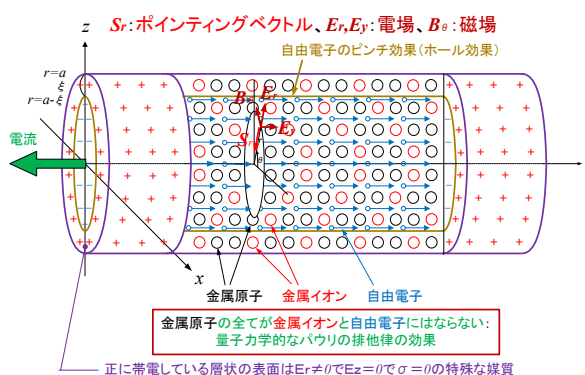


Figure 1: Pinch effect (Hall effect) in a metallic resistive conductor when dc flows.

金属イオンはほとんど移動出来ないのに対して、自由電子は移動出来るので、電流の太さは半径方向に細くなる。その結果、導体の表面では、金属イオンは元のままの密度でそのまま残るので、正に帯電し、その半

径よりも小さい導体の内部では、自由電子の密度が金属イオンの密度よりも高くなって、導体の内部で電流が流れている範囲では、負に帯電する。この様子を図1に示す。黒丸は金属原子であり、赤丸は金属イオンであり、青の矢印は自由電子の速度ベクトルである。

このように、導体の内部では、どの半径であっても、真電荷体積密度がゼロではなくなるので、導体の内部には半径方向に電場  $E_r(r)$  が発生する。この半径方向の電場によるキックと、磁場と速度とのベクトル積による半径方向のキックとが相殺すると、自由電子は直進し、文字通りの直流となる。このとき、金属イオンが分布する半径よりも、自由電子が分布する半径は小さくなるので、ピンチ効果と呼ぶことが出来る。このとき、金属イオンもこの半径方向の電場によりキックされるが、その力は金属抵抗性導体に歪みを与えるものであり、こうした歪みの発生はホール効果と呼んだ方が良いであろう。

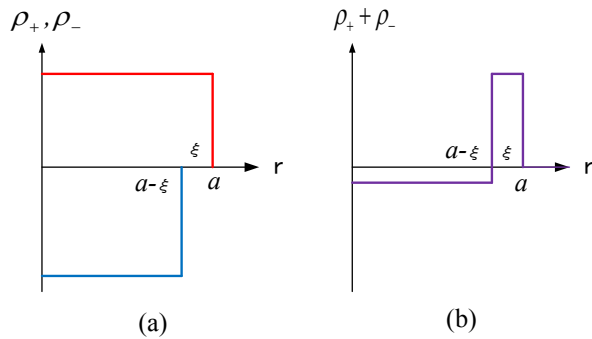


Figure 2: Distributions of true charge volume density in a metallic resistive conductor when dc flows.

ここで、自由電子の運動の方向は  $y$  軸の正の方向とする。従って、電流が流れる方向は  $y$  軸の負の方向となる。さて、金属イオンの真電荷体積密度を  $\rho_+$  とすると、半径が  $0 \leq r \leq a$  の範囲で金属イオンは一樣に存在する。ところで、導体の表面が、金属イオンの真電荷体積密度の  $\rho_+$  で、正に帯電するときの、その厚さを  $\xi$  とすると、正に帯電する半径は  $a - \xi \leq r \leq a$  となる。また、直流が流れる半径は  $0 \leq r \leq a - \xi$  となり、その範囲には、金属イオンの真電荷体積密度  $\rho_+$  の他に、自由電子の真電荷体積密度  $\rho_-$  が一樣に存在する。当然、

$$\rho_+ + \rho_- < 0 \quad (2.1.1)$$

が成立する。図2に、金属イオンの真電荷体積密度  $\rho_+$  と自由電子の真電荷体積密度  $\rho_-$ 、及び、両者の和の真電荷体積密度  $\rho_+ + \rho_-$  の分布の様子を示す。

その一方、導体の外部から見ると、導体は電的に中性でなければならないから、

$$\pi a^2 \rho_+ = -\pi (a - \xi)^2 \rho_- \quad (2.1.2)$$

が成立する。これより、 $\rho_-$  と  $\rho_+$  の関係は

$$\rho_- = -\frac{a^2}{(a - \xi)^2} \rho_+ \quad (2.1.3)$$

と求まる。

ところで、電流が流れる半径  $0 \leq r \leq a - \xi$  においては、電流は一樣に流れるとすると、長さ  $y$  の方向の電場  $E_y$  は一樣であると考えられる。図3には、電場  $E_r(r)$ 、 $E_y$ 、及び、磁場  $B_\theta(r)$  の分布を示す。なお、電場  $E_r(r)$  と磁場  $B_\theta(r)$  については、後ほど、計算するが、電場  $E_y$  については今のところ計算する術が見当たらず、図3(b)では、半径が  $a - \xi \leq r \leq a$  に対しては、2通りの可能性を点線で示してある。

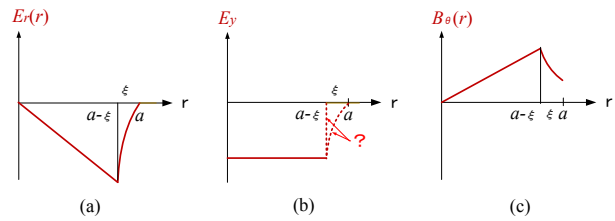


Figure 3: Distributions of (a) radial electric field, (b) axial electric field, and (c) angular magnetic field.

半径方向の電場  $E_r(r)$  については、電気のガウスの法則に基づいて計算する。解くべき偏微分方程式は、 $\rho$  を真電荷体積密度として

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \{r E_r(r)\} = \frac{1}{\epsilon_0} \rho \quad (2.1.4)$$

である。右辺の真電荷体積密度が図2(b)のように、それぞれの範囲で一定のときには

$$E_r(r) = \frac{1}{2\epsilon_0} \left[ \rho r^2 \right]_{r=r_1}^{r=r_2} \quad (2.1.5)$$

と解が求まる。

半径が  $0 \leq r \leq a - \xi$  においては、 $\rho = \rho_+ + \rho_-$  であるから

$$E_r(r) = \frac{\rho_+ + \rho_-}{2\epsilon_0} r = -\frac{a^2 - (a - \xi)^2}{2\epsilon_0 (a - \xi)^2} \rho_+ r \quad (2.1.6)$$

と求まる。半径が  $a - \xi \leq r \leq a$  においては、 $\rho = \rho_+$  であるから、

$$E_r(r) = \frac{1}{2\varepsilon_0 r} [(\rho_+ + \rho_-)r^2]_0^{a-\xi} + \frac{1}{2\varepsilon_0 r} [\rho_+ r^2]_{a-\xi}^a \quad (2.1.7)$$

$$= -\frac{\rho_+}{2\varepsilon_0 r} (a^2 - r^2)$$

と求まる。この計算では、半径がゼロから  $a - \xi \leq r \leq a$  までの積分を実行する必要があるが、これは、半径が  $0 \leq r \leq a - \xi$  に存在する負の真電荷体積密度が、半径が  $a - \xi \leq r \leq a$  の電場に影響するからである。

(2.1.6)と(2.1.7)において、 $r = a - \xi$  とすると、半径方向の電場は一致する。従って、境界条件は成立する。また、(2.1.7)において、 $r = a$  とすると、半径方向の電場はゼロとなる。導体の外部の半径方向の電場がゼロになるときの境界条件を満たしていることになる。

このような計算で境界条件が成立することを説明しても良いが、半径が  $a - \xi \leq r \leq a$  にある金属イオンを面電荷密度  $\sigma_s$  と見做すことも出来そうである。その面電荷密度は

$$\sigma_s = \frac{\rho_+}{2\pi(a-\xi)} 2\pi \int_{a-\xi}^a r dr \quad (2.1.8)$$

$$= \frac{1}{2} \frac{\rho_+}{a-\xi} \{a^2 - (a-\xi)^2\}$$

と計算出来る。ここで、(2.1.6)より、 $r = a - \xi$  のときの電場を求めると

$$E_r(r = a - \xi) = -\frac{a^2 - (a - \xi)^2}{2\varepsilon_0(a - \xi)} \rho_+ \quad (2.1.9)$$

となる。(2.1.8)と(2.1.9)より

$$E_r(r = a - \xi) = -\frac{1}{\varepsilon_0} \sigma_s \quad (2.1.10)$$

が成立する。

ところで、一般的な境界条件によれば、媒質1に面電荷密度  $\sigma_s$  があり、媒質1の電場の法線成分が  $E_{n1}$  とし、媒質2の電場の法線成分が  $E_{n2}$  とすると、

$$\varepsilon_0 E_{n2} - \varepsilon_0 E_{n1} = \sigma_s \quad (2.1.11)$$

が成立する。この式を(2.1.10)と見比べて見ると、 $E_{n1} = E_r(r = a - \xi)$  であり、(2.1.10)の関係を代入すると、導体の外部の法線方向の電場  $E_{n2}$  はゼロとなる。即ち、導体の外部の半径方向の電場がゼロとなるときの境界条件を満たしていることになる。

## 2.2 ジュール熱とポインティングベクトル：場の理論

半径が  $0 \leq r \leq a - \xi$  の範囲では自由電子は  $y$  軸の正の方向に等速度運動しており、その自由電子の真電荷体積密度  $\rho_- < 0$  は負で一定であるとしているから、

伝導電流面積密度  $J$  は  $y$  軸の負の方向を向いており、従って、負の一定値である。そうは言っても、本節は、自由電子の速度が登場しないのが自慢の、一般論であることを、前もって、断っておきたい。電流が流れる方向の電場  $E_y$  は半径  $r$  にも位置  $y$  にも依存せず、一定である。オームの法則を適用して、

$$J = \sigma E_y \quad (2.2.1)$$

が成立する。このとき、 $J < 0$ 、 $E_y < 0$  である。

半径が  $0 \leq r \leq a - \xi$  の範囲では、半径が  $r$  の円断面を流れる電流  $I_y(r)$  は半径の関数で、負の値を持ち

$$I_y(r) = \pi r^2 J \quad (2.2.2)$$

である。この電流に対する抵抗は、半径  $r$  の関数で

$$R(r) = \frac{1}{\pi r^2 \sigma} \quad (2.2.3)$$

となる。従って、単位長さ当たりのジュール熱は、半径の関数  $P_{Joule}(r)$  であり、

$$P_{Joule}(r) = R(r) |I_y(r)|^2 \quad (2.2.4)$$

$$= \frac{1}{\pi r^2 \sigma} \pi^2 r^4 J^2 = \pi r^2 \frac{1}{\sigma} J^2$$

と定まる。

以下では、導体の内部での、ポインティングベクトルを計算する。そのため、磁場  $B_\theta(r)$  をアンペール・マクスウェルの法則より計算する。

$$2\pi r B_\theta(r) = -\mu_0 \pi r^2 J \quad (2.2.5)$$

が成立するので、

$$B_\theta(r) = -\frac{1}{2} \mu_0 r J \quad (2.2.6)$$

を得る。

(2.2.1)と(2.2.6)より、ポインティングベクトルは半径方向を向き、

$$S_r(r) = \frac{1}{\mu_0} E_y B_\theta(r) \quad (2.2.7)$$

$$= -\frac{1}{2} \frac{1}{\mu_0 \sigma} J \mu_0 r J = -\frac{1}{2} \frac{1}{\sigma} J^2$$

と求まる。この値は負であるから、内側に向けて電磁場エネルギーの流れが起きていることになる。考えて見れば、この計算では、(2.2.1)のオームの法則により、電流が流れる方向の電場が求まるのが自慢である。(2.2.7)の値に周長  $2\pi r$  を掛けると、単位長さ当たりの電磁場エネルギーの流れの総量となるが、

$$-2\pi r S_r(r) = \pi r^2 \frac{1}{\sigma} J^2 = P_{Joule}(r) \quad (2.2.8)$$

が成立し、単位長さ当たりのジュール熱に一致する。

### 3. 古典自由電子模型の過誤を正す量子力学のパウリの排他律

#### 3.1 基本方程式

前章では、導体の表面が正に帯電する層の厚さ $\xi$ とは無関係に、ざっくりと一言で言えば、ポインティングベクトルはジュール熱に一致し、かつ、境界条件が満たされていて、従って、一般的に、場の理論が成立していることが判明した。

繰り返しになってくどいようであるが、このことは、場の理論が成立するような、有意の層の厚さ $\xi$ が定まる電磁気現象が発生することを意味していると理解しなければならない。

本章では、正に帯電する層の厚さ $\xi$ を求めることを通して、古典自由電子模型が抱えていた問題を論じ、その過誤を、量子力学のパウリの排他律で克服出来ることを示す。

まずは解くべき基本方程式を与える。電流は、真電荷体積密度 $\rho_-$ の自由電子が速度 $v$ で移動していると、

$$J = \rho_- v = c \rho_- \beta \quad (3.1.1)$$

と与えられる。ただし、 $c$ を光速度として

$$\beta = \frac{v}{c} \quad (3.1.2)$$

と定義される。

ローレンツ力において、磁場 $B_\theta(r)$ によるキックと電場 $E_r(r)$ によるキックとが相殺すると考えると、半径方向には

$$\rho_- E_r(r) + J B_\theta(r) = 0 \quad (3.1.3)$$

が成立する。(3.1.1)の電流 $J$ には $\rho_-$ が含まれているので、この式に(2.1.6)の電場を代入し、(2.2.6)の磁場の式に(3.1.1)の電流を代入すると、 $\rho_-$ が消去されて、

$$\frac{a^2 - (a - \xi)^2}{a^2} = \beta^2 \quad (3.1.4)$$

が得られる。これより、導体の表面が正に帯電する層の厚さ $\xi$ が $\beta$ で与えられる。

$$\frac{\xi}{a} = 1 - \sqrt{1 - \beta^2} \quad (3.1.5)$$

#### 3.2 古典自由電子模型

古典自由電子模型では、金属抵抗性導体を構成する金属原子の全てが金属イオンと自由電子になるとされる。ドルーデの自由電子模型として知られている。

金属抵抗性導体を銅とすると、金属原子の数密度は

$$n_{Cu} = 8.3 \times 10^{28} / m^3 \quad (3.2.1)$$

となる。自由電子の数密度も同じで

$$n_e = 8.3 \times 10^{28} / m^3 \quad (3.2.2)$$

とすると、自由電子の真電荷体積密度は

$$\begin{aligned} \rho_- &= -1.6 \times 10^{-19} \times 8.3 \times 10^{28} \\ &= -1.33 \times 10^{10} C / m^3 \end{aligned} \quad (3.2.3)$$

となる。

ここで断面が $1cm^2$ の導体に $100A$ の電流が流れているとすると、伝導電流面積密度は

$$J = \frac{100}{(10^{-2})^2} = 1 \times 10^6 A / m^2 \quad (3.2.4)$$

となる。この値を(3.1.1)に代入することにより

$$\beta = \frac{J}{c \rho_-} = \frac{1 \times 10^6}{3 \times 10^8 \times 1.33 \times 10^{10}} = 2.5 \times 10^{-13} \quad (3.2.5)$$

が得られる。(3.1.5)に代入して

$$\begin{aligned} \frac{\xi}{a} &= 1 - \sqrt{1 - (2.5 \times 10^{-13})^2} \\ &\approx 1 - \left(1 - \frac{1}{2} \times 6.25 \times 10^{-26}\right) = 3.1 \times 10^{-26} \end{aligned} \quad (3.2.6)$$

が得られる。半径が $a = 1cm$ とすると、層の厚さは

$$\xi = 3.1 \times 10^{-26} \times 1 \times 10^{-2} = 3.1 \times 10^{-28} m \quad (3.2.7)$$

となる。銅の原子間距離は $1 \times 10^{-10} m$ のオーダーであるから、正に帯電する層の厚さは18桁も薄いことになる。その結果、古典自由電子模型では、ピンチ効果(ホール効果)は無視される現象とされ、導体の内部は電氣的に中性と考えられて来た。

#### 3.3 量子力学のパウリの排他律

金属抵抗性導体で、オームの法則が成立して抵抗が生じるのは、自由電子が金属原子なり金属イオンと衝突するからである。ところが、量子力学においては、電子が移動して、金属原子や金属イオンと衝突したとき、衝突後の電子の状態が既に占められているときには、パウリの排他律により、その衝突が起こらないことが判明している<sup>7)</sup>。ゾマーフェルトの自由電子模型として知られている。結局、フェルミエネルギーより高いエネルギーの自由電子のみが電流となっている。フェルミエネルギーは

$$\varepsilon_F \approx 1.1 \times 10^{-18} J \quad (3.3.1)$$

と見積もられ、その速度の光速度に対する比は

$$\beta = \frac{v}{c} \approx 5.3 \times 10^{-3} \quad (3.3.2)$$

となる。この値は、古典自由電子模型での(3.2.5)の値より 10 桁近く大きい。(3.1.5)の層の厚さは

$$\xi = 1 \times 10^{-2} \times \left\{ 1 - \sqrt{1 - (5.3 \times 10^{-3})^2} \right\} \quad (3.3.3)$$

$$\approx 1.4 \times 10^{-7} m$$

となり、銅の原子間距離よりも 3 桁ほど厚くなる。

断面が  $1 \text{ cm}^2$  の導体に  $100 \text{ A}$  の電流が流れているとし、(3.1.1)に(3.3.2)の値を代入すると、自由電子の真電荷体積密度は

$$\rho_- = -\frac{100}{3 \times 10^8 \times 5.3 \times 10^{-3}} \quad (3.3.4)$$

$$= -6.3 \times 10^{-5} \text{ C/m}^3$$

となる。この値は、古典自由電子模型の(3.2.3)の値より、 $1 \times 10^{-15}$  程度小さい。即ち、(3.2.3)の自由電子の数密度よりも 15 桁ほど小さくなる。これより、自由電子の数密度を計算すると、

$$n_e = 4 \times 10^{14} / \text{m}^3 \quad (3.3.5)$$

となる。これを(3.2.2)と比較すると、15 桁ほど自由電子の数密度が薄くなるが、このことは、金属原子の全てが金属イオンと自由電子にはならないと解釈すれば良い。

これにて、古典自由電子模型の過誤が、量子力学のパウリの排他律で克服出来ることになる。

#### 4. まとめに代えて今後の検討課題あれこれ

金属抵抗性導体に直流が流れ、ピンチ効果(ホール効果)により、導体の表面が正に帯電し、導体の内部が負に帯電するとき、正に帯電する層の厚さ  $\xi$  とは無関係に、(2.1.10)より、境界条件が成立し、(2.2.8)により、導体の内部の電磁場エネルギーの流れであるポインティングベクトルがジュール熱として消費され、場の理論が成立することが判明した。繰り返しになってくどのようなが、層の厚さ  $\xi$  とは無関係に場の理論が成立しており、それを打ち壊すような電磁気現象が起こるとは考えてはならないことになる。

しかし、古典自由電子模型では、金属原子の全てが金属イオンと自由電子になると考えたがため、導体の内部は電氣的に中性であるとする過誤を犯して来た。これに対して、量子力学のパウリの排他律で、その過誤を、克服出来ることが判明した。それを古典電磁気

学に翻訳すると、金属原子の全てが金属イオンと自由電子になることはないと解釈すれば良い。

数式としては確かにそうなるが、未だ、電磁気現象として判然としていないことがある。そのあれこれを、今後の検討課題として述べ、まとめに代えたい。

半径方向の電場  $E_r(r)$  は存在するものの、その方向には電流が流れず、オームの法則は適用出来ない。それは何故か。

導体の表面には正に帯電する層が現れるが、そこでの軸方向の電場  $E_y$  を計算する術が見当たらない。もし、その層の軸方向の電場  $E_y$  がノンゼロとすると、その層には電流が流れないので、オームの法則は適用出来ない。それは何故か。

#### 参考文献

- [1] 熊谷寛夫、基礎物理学選書 16、「電磁気学の基礎 - 実験室における -」、裳華房、昭和 50 年、p.217
- [2] ファインマン・レイトン・サンズ共著、宮島龍興訳、ファインマン物理学Ⅲ、「電磁気学」、岩波書店、1969 年、p.166
- [3] J.A. Stratton, ELECTROMAGNETIC THEORY, McGRAW-HILL BOOK COMPANY, 1941, p.14(footnote)
- [4] 永田一清、基礎の物理 4、「電磁気学」、朝倉書店、1981 年、p.124
- [5] 太田浩一、丸善物理学基礎コース、「電磁気学 I」、丸善株式会社、2000 年、p.226
- [6] 太田浩一、丸善物理学基礎コース、「電磁気学 II」、丸善株式会社、2000 年、p.314
- [7] 高橋秀俊、物理学選書 3、「電磁気学」、裳華房、昭和 35 年、p.319
- [8] A. Sommerfeld, Electrodynamics, LECTURES ON THEORETICAL PHYSICS, VOL. III, 1948, p.129, ACADEMIC PRESS
- [9] 長岡洋介、基礎物理学シリーズ、「現代物理学」、東京教育社、1995 年、p.66
- [10] Hiroshi TOKI and Kenji SATO, New circuit theory of multiconductor transmission lines resulting from a new practice of noise reduction, Proc. Jpn. Acad., Ser. B90, No.2 (2014) 29-46. <http://www.japan-acad.go.jp/pjab>
- [11] 佐藤健次、「対称 3 線回路 (第 1 部 概要編): 「ノイズとシグナル」と「コモン、ノーマル、及び、アンテナ - モード」の複雑な関係を単純化出来る電気回路」、『加速器』、Vol.11, No.2, 2014 (1-12)
- [12] 佐藤健次・土岐博共著、「導電性媒質の内部の電磁場の挙動: 伝搬と放射及びその航跡 (ウェーク)」、第 9 回日本加速器学会年会プロシーディングス (2012) 171-177、大阪大学豊中キャンパス