

# SIMULATION STUDY ON BEAM OPTICS CORRECTION FOR SUPERKEKB

Hiroshi Sugimoto\*, Yukiyo Ohnishi, Akio Morita, Haruyo Koiso, Katsunobu Oide  
High Energy Accelerator Research Organization (KEK)  
1-1 Oho, Tsukuba, Ibaraki 305-0801 Japan

## Abstract

The SuperKEKB collider is now under construction aiming to achieve the luminosity of  $8 \times 10^{35} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$ , which is 40 times higher than that of KEKB. Both vertical emittance and dynamic aperture are essential parameters to realize the high luminosity with a nano-beam collision scheme. Both parameters are likely degraded due to unexpected machine errors in the real machine. Correction of beam optics, therefore, plays a key role in the actual beam operation. We have been studying sensitivity of the SuperKEKB lattice to various machine errors and optics correction scheme. In the present paper, we report some representative results so far obtained.

## SuperKEKB のビーム光学補正に関する検討

### 1. はじめに

SuperKEKB [1] は KEKB [2] の 40 倍の衝突性能を目指す電子 (7GeV) と陽電子 (4GeV) の衝突型円形加速器であり、目標ルミノシティは  $8 \times 10^{35} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$  である。ルミノシティの簡便な評価式は以下で与えられる。

$$L = \frac{\gamma_{\pm}}{2er_e} \left( 1 + \frac{\sigma_y^*}{\sigma_x^*} \right) \frac{I_{\pm} \xi_{y\pm}}{\beta_{y\pm}^*} \left( \frac{R_L}{R \xi_y} \right) \quad (1)$$

ここで下付きの  $\pm$  は陽電子及び電子を表し、 $\gamma$  はローレンツ因子、 $I$  はビーム電流値、 $\varepsilon_y$  は垂直方向のエミッタンス、 $\xi$  はビーム・ビームパラメータで衝突ビーム間の電磁相互作用の強さを示すパラメータ、 $\beta_y, \sigma_{x,y}$  はそれぞれ衝突点における垂直方向のベータ関数及び横方向ビームサイズ、 $R$  は幾何学的な要因からくる補正係数である。目標ルミノシティを達成するための戦略を端的に言えば、衝突点でのベータ関数  $\beta_y^*$  を 20 分の 1、ビーム電流値  $I$  を 2 倍にする、というものである。単に衝突点におけるビームサイズを絞るだけでは、所謂「砂時計効果」[3] が問題となる。そこで SuperKEKB ではナノビーム方式 [4] が採用され、大きな交差角のもとでビームを衝突させることで砂時計効果を緩和する。

ナノビーム方式では  $\xi_{\pm y}$  が  $\sqrt{\beta_y^*/\varepsilon_y}$  に比例するため、式 (1) からベータ関数と同時に垂直エミッタンスも小さくしなければならない。具体的には、電流値ゼロでの値に換算して HER において 6.6 pm、LER において 4.8 pm という超低エミッタンスのビームが要求される。その一方、ビームを低エミッタンス化することで Touschek 効果 [3] が増し、ビームの寿命は KEKB に比べて格段に短くなる。さらに、ベータ関数を衝突点で非常に細く絞るため、最終収束電磁石におけるベータ関数がそれに反比例して巨大になる。従って、衝突点領域 (IR) においてビームが感じる非線形力の効果が顕在化し、力学口径が厳しく制限される。以上の点を鑑み、SuperKEKB のラティス設計は特に IR 付近の非線形磁場やイントラビーム散乱の効果を詳細に検討し、エミッタンスと力学口径を最適化することを一つの指標に行われてきた。

\*hiroshi.sugimoto@kek.jp

一方、現実の加速器には当然電磁石の磁場の誤差や設置誤差が不可避に存在するため、ビームの光学関数が設計値からずれる。光学関数の乱れはエミッタンスの増大やビーム寿命の短縮を引き起こし得るため、SuperKEKB においてもビーム光学の補正は必須の検討課題である。

我々は SuperKEKB 加速器が種々のエラーに対してどの程度敏感であるかを調べると同時に、光学関数の測定手法とその補正方法を検討してきた。本学会では、これまでの検討結果について報告する。全ての数値シミュレーションは KEK で開発されている加速器用総合計算コード SAD [5] を用いて行われた。また、ここでは特に電子リングに関しての検討結果を示す。

### 2. 垂直エミッタンスの増大とその補正

#### 2.1 電磁石の設置誤差と垂直エミッタンス

前述の様に、垂直エミッタンスは SuperKEKB で本質的に重要なパラメータとなる。電磁石の誤差には様々なものが考えられるが、ここでは垂直エミッタンスの主要な源となり得る四極電磁石 (QM) のビームに直行する平面での回転誤差と六極電磁石 (SX) の垂直方向設置誤差を考える。電磁石間の誤差に相関がないとすれば、これらの誤差から発生する垂直エミッタンスは以下の式から見積もる事が出来る [6]。

$$\begin{aligned} \frac{\langle \Delta \varepsilon_y \rangle}{\langle \Delta \theta_{\text{quad}}^2 \rangle} &= J_z \frac{\sigma_{\delta}^2}{\sin^2 \pi \nu_x} \sum_{\text{quad}} \eta_x^2 \beta_y (K_1)^2 \\ &+ \frac{J_x}{J_y} \frac{1 - \cos 2\pi \nu_x \cos 2\pi \nu_y}{(\cos 2\pi \nu_x - \cos 2\pi \nu_y)^2} \varepsilon_x \sum_{\text{quad}} \beta_x \beta_y (K_1)^2 \\ \frac{\langle \Delta \varepsilon_y \rangle}{\langle \Delta y_{\text{sext}}^2 \rangle} &= J_z \frac{\sigma_{\delta}^2}{4 \sin^2 \pi \nu_x} \sum_{\text{sext}} \eta_x^2 \beta_y (K_2)^2 \\ &+ \frac{J_x}{J_y} \frac{1 - \cos 2\pi \nu_x \cos 2\pi \nu_y}{4 (\cos 2\pi \nu_x - \cos 2\pi \nu_y)^2} \varepsilon_x \sum_{\text{sext}} \beta_x \beta_y (K_2)^2 \end{aligned} \quad (2)$$

ここで  $x, y, z$  はそれぞれビーム水平、垂直、進行方向を表し、 $J_{x,y,z}$  はシンクロトロン放射の減衰分配係数、

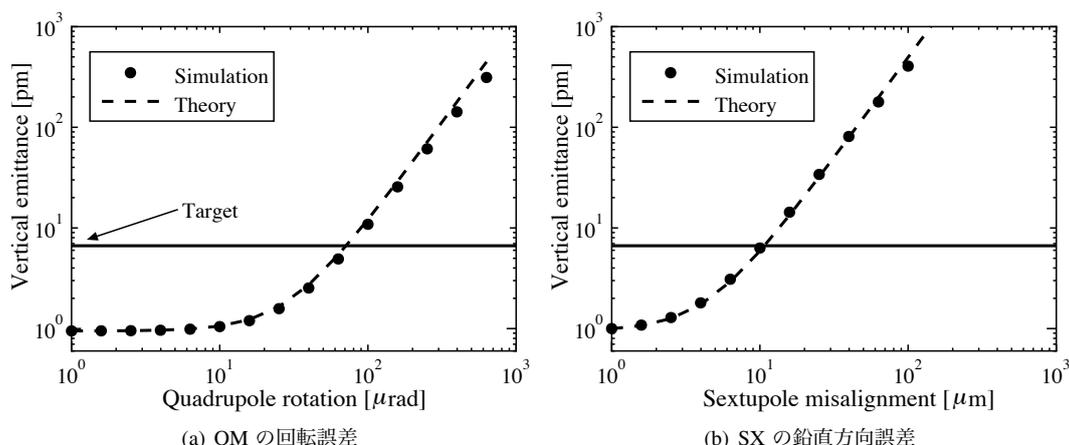


図 1: 電磁石の設置誤差の大きさと垂直エミッタンスの関係。(a)QM の回転誤差、(b)SX の鉛直方向設置誤差。各点は数値シミュレーションによる結果であり 100 サンプルの平均値。破線は式 (2) による評価値、実線は垂直エミッタンスの目標値を示す。

$\nu_x, \nu_y$  はベータatronチューン、 $\sigma_\delta$  はビームの平衡エネルギー拡がり、 $K_{1,2}$  は QM 及び SX の磁場勾配である。また、 $\langle \dots \rangle$  は統計平均を表す。

図 1 に垂直エミッタンスと設置誤差の大きさの関係を示す。図中の破線は式 (2) による予測値を、各点は数値シミュレーションによる結果を表す。シミュレーションでは、計算機上の SuperKEKB に設置誤差をガウス分布で与え、垂直エミッタンスを評価した。KEKB での実績から、 $\langle \Delta\theta_{quad} \rangle$ 、 $\langle \Delta y_{sext} \rangle$  はそれぞれ 100 mrad、100  $\mu\text{m}$  程度であることを考慮すると、SuperKEKB において垂直エミッタンスは QM の回転誤差よりも SX の設置誤差に敏感であると結論できる。特に  $K_2$  が比較的大きな値をもつ発散型の SX と IR 両側に置かれた局所収差補正用の SX のアライメントが重要になる。

## 2.2 垂直エミッタンスの補正手法

我々は垂直エミッタンスの増大を補正する方法としてこれまでに二つのスキームを検討した。一つ目はビーム閉軌道の応答を利用する方法あり、ビームを水平方向に蹴ったときに現れる垂直方向の軌道を抑えるように補正用磁場を調整する。二つ目はワンパスの Beam Position Monitor (BPM) から取得したビームの二次モーメントを解析する事で、水平方向と垂直方向の運動の結合 (X-Y 結合) の大きさを推定し、これを補正する方法である [7]。本報告では前者の手法に関して報告する。

## 2.3 垂直エミッタンス補正の計算機実験

シミュレーションでは最終収束用の電磁石以外の QM に標準偏差で 100 mrad の回転誤差を、SX に標準偏差で 100  $\mu\text{m}$  の垂直方向設置誤差を与える。全ての誤差はガウス分布すると仮定し、電磁石間の相関は考えない。次に、ビームをステアリング磁石で横方向に蹴り、BPM での垂直方向への軌道の回り込みを測定する。この回り込みが最小二乗の意味で最小となるように補正用ノブを調整する。補正用ノブとして、六極電磁石の歪四極巻きによる歪四極磁場を用いる。補正ノブの調整量は観測した回り込みと設計ラティスの応答行列からなる線形の連立方程式を数値的に解く事で求める。この一連の操作

により X-Y 結合を補正することが可能である。

垂直エミッタンスを十分に改善するためには、X-Y 結合に加えて、垂直方向の分散関数を補正する必要がある。垂直分散関数の測定は高周波加速空洞の周波数を変えたときに観測されるビームの軌道変化から推定する。垂直分散は X-Y 結合と同様に歪四極磁場により補正される。

図 2 に補正後の垂直エミッタンスの分布を示す。図 2 では BPM の回転設置誤差が異なる 3 つのケースが想定されている。BPM の回転は見かけ上の X-Y 結合を発生させるため、到達可能な垂直エミッタンスを決める大きな要因となり得る。図 2 から本スキームによって目標値までエミッタンス補正を行う場合、BPM の回転誤差の許容値は 20 mrad 程度であることが分かる。

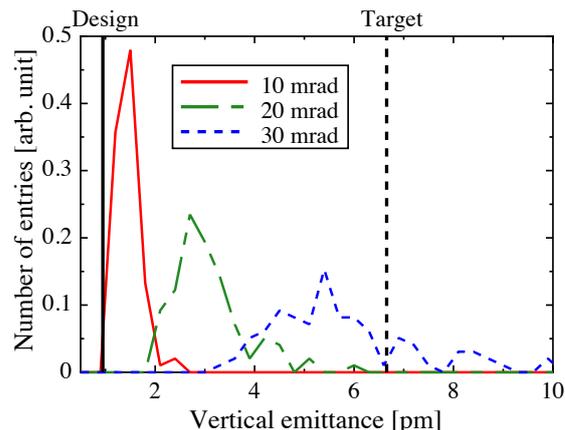


図 2: 補正後の垂直エミッタンスの分布。

## 3. ビーム光学補正

前節では垂直エミッタンスの補正に着目するために、QM の回転と SX の垂直方向設置誤差のみを考えた。ここではより一般的な設置誤差を考え、X-Y 結合と垂直分散に加え、ビームの閉軌道、水平分散関数、ベータ関数の補正を行う。但し、今回は簡単のために IR の電磁

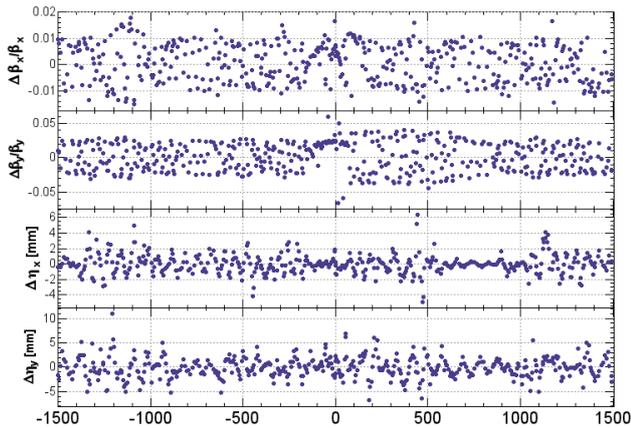


図3: 補正後の光学関数。上二段がベータビート、下二段が分散関数の設計値からのずれである。衝突点は図の中央部。

石の誤差は考えない。表1に想定した電磁石の誤差（横方向設置誤差、回転誤差、磁場勾配誤差）を記す。

表1: 想定した電磁石の誤差

	$\langle \Delta x^2 \rangle, \langle \Delta y^2 \rangle$ [ $\mu\text{m}$ ]	$\langle \Delta \theta^2 \rangle$ [mrad]	$\Delta K/K$
QM	100	100	$2.5 \times 10^{-4}$
SX	100	0	0

光学関数を測定する方法はKEKBで実際に用いられていたスキームを踏襲し、ビーム閉軌道及びその応答からBPMにおける光学関数の値を推定する。測定の過程においてBPMの読み取り誤差 $2\mu\text{m}$ 、回転誤差 $10\text{mrad}$ を考慮する。補正用のノブとしては、軌道補正にはステアリング電磁石、X-Y結合と垂直分散関数にはSXの歪四極巻き、ベータ関数には四極電磁石電源の較正係数、水平分散関数にはSXの水平方向のムーバーをそれぞれ用いる。シミュレーションは擬似乱数の種を変えて100通り行う。

図3に補正後の光学関数の例を示す。100サンプルの計算結果から、光学関数の設計値に対する残差は、分散関数に関しては水平で $1.4\text{mm}$ 、垂直方向で $2.0\text{mm}$ 程度、ベータビートに関しては水平方向で1%、垂直方向で2%程度である。垂直エミッタンスの平均値は $2\text{pm}$ 、標準偏差は $0.3\text{pm}$ であり、十分に目標範囲内( $\epsilon_y < 6.6\text{pm}$ )に収まっている。

図4に光学補正後の力学口径を示す。力学口径はテスト粒子の軌道を1000周追跡することで評価した。図4からon-momentumの力学口径は設計値とほぼ同等であることが分かる。この事実からon-momentumの光学関数は十分に補正されていると思われる。一方、off-momentumの力学口径の縮小が目につく。Off-momentumの力学口径を回復するためには最終収束電磁石がもつ補正コイルや全周のSXの磁場の再調整が必須であり、現在調査中である。これに関連してoff-momentumの光学関数を測定する手法についても検討を進めている。

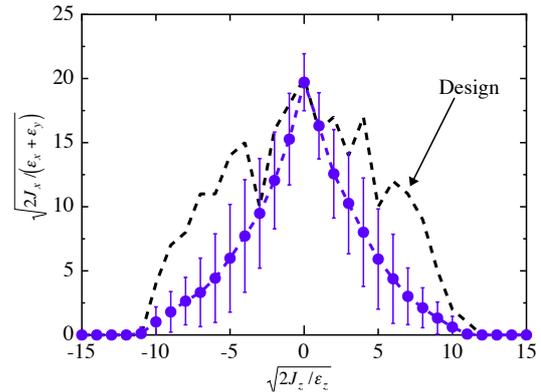


図4: 補正後の力学口径。100サンプルの平均値と標準偏差。縦軸、横軸はそれぞれ横方向と進行方向の位相空間座標。

#### 4. まとめ

SuperKEKB加速器の光学補正に関してこれまでに行った検討結果を報告した。

まず、QMの回転誤差とSXの垂直方向設置誤差が垂直エミッタンスに与える影響を定量的に評価した。解析の結果、垂直エミッタンスはQMよりSXに敏感であり、光学補正をしない場合に許容できる設置誤差は約 $10\mu\text{m}$ である。

次に計算機上のSuperKEKBでビーム閉軌道の応答から垂直エミッタンスの補正を行った。補正結果から、今回想定した手法はSuperKEKBにおいても十分に有効であることを示し、BPMの回転誤差の許容値は $20\text{mrad}$ 程度であることを示した。

最後に、より一般的な電磁石の誤差がある場合に総合的な光学補正のシミュレーションを行った。この場合でも垂直エミッタンスは十分に目標範囲内まで補正できる事を示した。また、光学補正後のon-momentumの力学口径は設置値と遜色無い。一方、off-momentumの力学口径を回復させるためには補正用磁場の再調整が必要である。

今後はさらに電磁石の誤差を増やした計算を実施すると同時に、off-momentumの光学関数の補正、力学口径の回復について検討する予定である。これらに加え、IR部のビーム光学の乱れについても検討する必要がある。

#### 参考文献

- [1] BelleII Technical Design Report, KEKReport 2010-1
- [2] KEKB Design Report, KEK Report 95-7
- [3] *Handbook of Accelerator Physics and Engineering*, edited by A. W. Chao and M. Tigner (World Scientific Press, Singapore, 1998).
- [4] C. P. Raimondi, 2nd SuperB Workshop, Frascati, Italy, Mar. 16-18, 2006.
- [5] K. Oide, Nucl. Inst. Meth. A 276, 427 (1989). <http://acc-physics.kek.jp/SAD/>
- [6] T. Raubenheimer, SLAC-PUB-4937, (1991)
- [7] Y. Ohnishi et al., PRSTAB 12, 091002 (2009).